

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۰۴



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

|                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی:         |
| تعداد سؤال: ۵۵      | مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال |    | وضعیت پاسخگویی | تعداد سؤال | مواد امتحانی  | ردیف |
|--------------|------------|----|----------------|------------|---------------|------|
|              | از         | تا |                |            |               |      |
| ۸۵ دقیقه     | ۱۰         | ۱  | اجباری         | ۱۰         | حسابان ۲      | ۱    |
|              | ۲۰         | ۱۱ |                | ۱۰         | ریاضیات گسسته |      |
|              | ۳۰         | ۲۱ |                | ۱۰         | هندسه ۳       |      |
|              | ۳۵         | ۳۱ |                | ۵          | ریاضی ۱       |      |
|              | ۴۰         | ۳۶ |                | ۵          | حسابان ۱      |      |
|              | ۴۵         | ۴۱ |                | ۵          | هندسه ۱       |      |
|              | ۵۵         | ۴۶ |                | ۱۰         | آمار و احتمال |      |



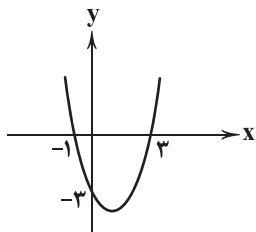
DriQ.com

## ریاضیات



## حسابان (۲)

۱- اگر نمودار  $y = 3f\left(\frac{x}{3}\right)$  به صورت شکل زیر باشد، مختصات رأس سهمی  $y = -2f(2-x) + 1$  کدام است؟



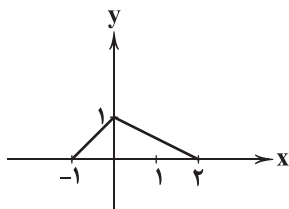
(۱)  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{11}{3}\right)$

(۲)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{3}\right)$

(۳)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

(۴)  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{8}{3}\right)$

۲- اگر نمودار  $y = f(-x)$  به صورت شکل زیر باشد، دامنه تابع  $g(x) = 2f\left(-\frac{x}{3}\right) + 3f(3x)$  کدام است؟



(۱)  $\left[-2, \frac{1}{3}\right]$

(۲)  $\left[-\frac{2}{3}, 4\right]$

(۳)  $[-2, 4]$

(۴)  $\left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right]$

۳- تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$  را در اختیار داریم. ابتدا ۱ واحد نمودار را به سمت راست منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را نسبت به محور طول‌ها قرینه کرده و در مرحله بعد طول نقاط را نصف می‌کنیم. اگر تابع حاصل را بر  $x+2$  تقسیم کنیم، مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) -۱۲

(۲) ۲۴

(۱) -۲۴

۴- اگر باقی‌مانده تقسیم  $f(x-1)$  بر  $x^2 - x - 2$  برابر  $2x+1$  باشد، باقی‌مانده تقسیم  $f(x+1)$  بر  $x^2 + 3x$  کدام است؟

(۴)  $2x - 5$

(۳)  $2x + 5$

(۲)  $-2x - 5$

(۱)  $-2x + 5$

۵- مقدار عددی عبارت  $\frac{1+x^2+x^4+x^6+x^8}{(x^5+x^2+x^3+x^2+x+1)(x^5-x^4+x^3-x^2+x-1)}$  به ازای  $x = \sqrt{2}$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳)  $\frac{63}{49}$

(۲)  $\frac{31}{49}$

(۱)  $\frac{31}{63}$

۶- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a(x+5)^3 + 4 & x < -4 \\ \log_3(-x) & -4 \leq x < 0 \end{cases}$  اکیداً یکنوا باشد، حدود  $a$  کدام است؟

(۴)  $-2 \leq a < 0$

(۳)  $-3 \leq a < 0$

(۲)  $-2 < a < 0$

(۱)  $0 < a \leq 2$

۷- اگر دوره تناوب دو تابع  $g(x) = 2f\left(-\frac{x}{2a}-1\right)$  و  $h(x) = -\frac{1}{4}f(2ax+1)$  برابر باشد، دوره تناوب تابع  $y = \sin\left(a\sqrt{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$  کدام است؟

(۴)  $2\pi$

(۳)  $2\sqrt{2}\pi$

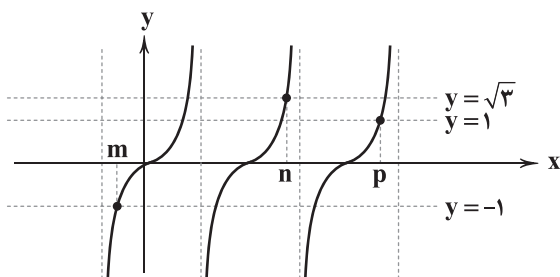
(۲)  $\sqrt{2}\pi$

(۱)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

محل انجام محاسبات



۸- اگر شکل زیر نمودار تابع  $y = \tan 2x$  باشد، حاصل  $m+n+p$  کدام است؟



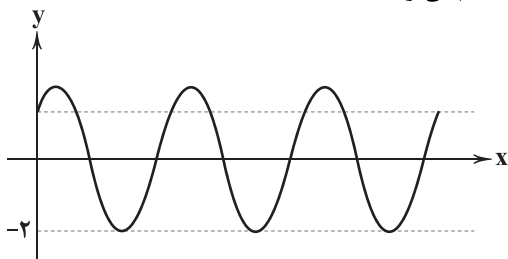
(۱)  $\frac{5\pi}{4}$

(۲)  $\frac{5\pi}{3}$

(۳)  $\frac{7\pi}{3}$

(۴)  $\frac{23\pi}{24}$

۹- شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 - a \cos(b\pi x + \frac{\pi}{4})$  در بازه  $[\frac{1}{4}, 0]$  است. مقدار  $a+b$  کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $-\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{21}{4}$

(۴)  $-\frac{13}{4}$

۱۰- اگر تابع  $f(x)$  متناوب با دوره تناوب ۳ و در بازه  $(1, -2]$  مقادیر  $f(x)$  با ضابطه  $f(x) = x^2 - |x|$  محاسبه شود، مقدار  $f(-2) + f(21/1)$  چقدر است؟

(۴)  $-2/09$

(۳)  $1/91$

(۲)  $-1/91$

(۱)  $2/09$

### ریاضیات گسسته

۱۱- کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقض مناسبی برای عبارت «اگر  $x$  عددی گنگ باشد، آن‌گاه  $3x^2 - 18x + 20$  نیز همواره گنگ است.» خواهد بود؟

(۴)  $3\sqrt{5} + 2$

(۳)  $2\sqrt{5} + 3$

(۲)  $3\sqrt{2} + 5$

(۱)  $2\sqrt{3} - 5$

۱۲- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مثبت باشند، بیشترین مقدار  $\frac{3ab}{2a^2 + 2b^2}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱)  $\frac{3}{4}$

۱۳- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی مانند  $a$  رابطه  $17|6a+1$  برقرار است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۴- اگر  $5|2x-3y$ ، به ازای کدام مقدار  $k$  رابطه  $25|6x^2+kxy-9y^2$  برقرار است؟

(۴) ۲۳

(۳) ۲۲

(۲) ۲۱

(۱) ۲۰

۱۵- در مورد اعداد طبیعی  $a$  و  $b$  ( $b < a$ ) رابطه  $(a^2, b^2 + 3a^2) + (\Delta a, \Delta b) = 24$  برقرار است. اگر  $a = 18$  باشد، آن‌گاه  $b$  چند مقدار متمایز می‌تواند قبول کند؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات



- ۱۶- اگر  $4 < (a, b) < 10$  باشد و  $2[a, b] - 13(a, b) = 119$  باشد، کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟ ( $a, b \in \mathbb{N}$ )
- ۱۱۲ (۱)      ۸۵ (۲)      ۵۶ (۳)      ۴۹ (۴)
- ۱۷- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح  $a$  بر دو عدد ۸ و ۶ به ترتیب ۵ و ۱ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۱۲ کدام است؟
- ۱ (۱)      ۳ (۲)      ۵ (۳)      ۷ (۴)
- ۱۸- در هم‌نهشتی به پیمانۀ  $m$ ، سه عدد  $a$ ، ۵۱ و ۱۲۸ در یک کلاس هم‌ارزی قرار می‌گیرند. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد  $a$  رقمی که مجموعه  $\mathbb{Z}$  به دسته کم‌تری افزایش شود، کدام است؟ ( $m \neq 1$ )
- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)
- ۱۹- در یک سال شمسی، ۸ مرداد دوشنبه است. در همین سال ۵ بهمن چند شنبه است؟
- سه‌شنبه (۱)      چهارشنبه (۲)      پنج‌شنبه (۳)      جمعه (۴)
- ۲۰- باقی‌مانده تقسیم عدد  $5^{1400} + 7^{1400}$  بر عدد ۳۵ کدام است؟
- ۹ (۱)      ۱۱ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۹ (۴)

## هندسه (۲)

- ۲۱- در ماتریس  $A = [4i - 7j - ij]_{p \times q}$  درایه سطر آخر و ستون آخر برابر صفر است. این ماتریس حداکثر چند درایه دارد؟
- ۱۴ (۱)      ۳۶ (۲)      ۵۴ (۳)      ۶۳ (۴)
- ۲۲- اگر  $A^2 = 5A + I$  باشد، حاصل  $(A - I)^3$  کدام است؟
- ۱۴A + I (۱)      ۱۶A - ۲I (۲)      ۱۸A + ۳I (۳)      ۱۹A - I (۴)
- ۲۳- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  باشد و داشته باشیم  $[4 \ -1] \times A = [3 \ 1]$ ،  $[3 \ 1] \times A = [4 \ -1]$ ، حاصل  $[1 \ 4] \times A$  کدام است؟
- $[3 \ -6]$  (۱)       $[3 \ -2]$  (۲)       $[5 \ -6]$  (۳)       $[5 \ -2]$  (۴)
- ۲۴- اگر  $A^2 = \bar{O}$ ، حاصل  $(3A + I)^4$  کدام است؟
- $11A + I$  (۱)       $12A + I$  (۲)       $A + 12I$  (۳)       $8A + I$  (۴)
- ۲۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{57} - A^{71}$  کدام است؟
- صفر (۱)      ۳ (۲)      -۱ (۳)      ۲ (۴)
- ۲۶- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m+3 & 2 \\ m & 5 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نیست. اگر  $B = \begin{bmatrix} 1-m & 2 \\ m+4 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $|B^2 + B|$  کدام است؟
- ۳۲ (۱)      ۶۴ (۲)      ۸۱ (۳)      ۱۲۸ (۴)
- ۲۷- اگر  $A^2 - 5A = 2I$ ، وارون ماتریس  $(A - 2I)$  کدام است؟
- $\frac{1}{4}(A - 3I)$  (۱)       $\frac{1}{8}(A - 3I)$  (۲)       $\frac{1}{4}(A + 3I)$  (۳)       $\frac{1}{8}(A + 3I)$  (۴)
- ۲۸- اگر  $A + B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $B^{-1} \cdot (A^{-1} + B^{-1})^{-1} \cdot A^{-1}$  کدام است؟
- $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  (۱)       $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)       $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  (۳)       $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$  (۴)



۲۹- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & a+1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نیست و دستگاه  $\begin{cases} (a+2)x+by=1 \\ 2bx+(a-3)y=c \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد.  $\frac{b-c}{a}$  کدام است؟ ( $b > 0$ )

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۳۰- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه ۳ و  $(A+3I)^2 = 12A$  باشد، حاصل  $|A^2 + I|$  کدام است؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۰۰۰

### ریاضی (۱)

۳۱- اگر رابطه  $2\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$  برقرار باشد، حاصل جمع مقادیر ممکن برای  $\tan x$  کدام است؟ ( $\cos x \neq 0$ )

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۳۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) اگر  $\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}$  باشد  $\sqrt[3]{\sin x} < \sqrt[3]{\cos x}$  است.

ب) بیشترین مقدار  $\frac{\sin x + 3}{\sin x + 2}$  برابر ۲ است.

ج) اگر داشته باشیم  $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{1 + 2\sin x \cos x} + 1 = 3$  آن‌گاه حاصل  $\tan x$  برابر -۳ است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۳- اگر  $\sqrt[3]{\tan x} + \sqrt[3]{\cot x} = 3$ ، حاصل  $\sin x \cos x$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{18}$  (۴) ۱۸

۳۴- از رابطه  $\frac{(1 + \sin x \cos x)(\sin x - \cos x)}{\sqrt[3]{\sin x}} = \sqrt[3]{\sin^2 x}$  مقدار  $\tan x$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

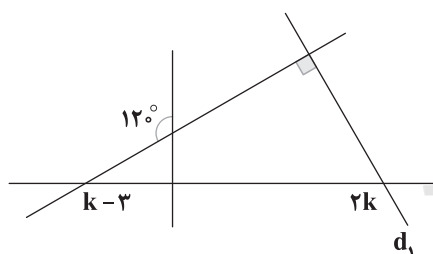
۳۵- با توجه به شکل مقابل، اگر مساحت مثلث برابر  $2\sqrt{3}$  باشد، معادله خط  $d_1$  کدام است؟

(۱)  $y = 2\sqrt{3} - x\sqrt{3}$

(۲)  $y = \sqrt{3} - x\sqrt{3}$

(۳)  $y = 1 - x\sqrt{3}$

(۴)  $y = \sqrt{3} - x\frac{\sqrt{3}}{3}$



### حسابان (۱)

۳۶- با توجه به نمودار تابع  $y = |\sin x|$ ، در بازه  $[0, 2\pi]$  بر روی محور  $x$ ها چند عدد مانند  $x$  وجود دارد که  $|\sin x_0| = \frac{\sqrt{3}}{4}$  باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- اگر  $\alpha = 7/5^\circ$ ، آن‌گاه حاصل  $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$  برابر است با:

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

محل انجام محاسبات



۳۸- حاصل عبارت  $\sin^2 15^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 75^\circ$  برابر است با: (واحدها درجه‌اند)

- (۴)  $\frac{3}{5}$       (۳) ۳      (۲)  $\frac{2}{5}$       (۱) ۲

۳۹- حاصل عبارت  $(1 + \tan 15^\circ)(1 + \tan 30^\circ)(1 + \tan 45^\circ)$  برابر است با: (واحدها درجه‌اند)

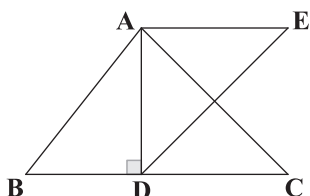
- (۴) ۵      (۳) ۴      (۲) ۳      (۱) ۲

۴۰- اگر  $\tan(\pi + \alpha) + \cot(\frac{3\pi}{4} - \alpha) = 4$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{3 \sin(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) - 3 \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha)}$  برابر است با:

- (۴)  $\frac{7}{5}$       (۳)  $\frac{5}{7}$       (۲)  $-\frac{7}{5}$       (۱)  $-\frac{5}{7}$

## هندسه (۱)

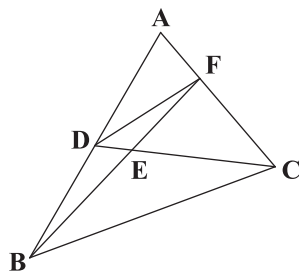
۴۱- با توجه به شکل، اگر مثلث ABC و ADE متساوی‌الاضلاع و  $AD \perp BC$  و مساحت مثلث ADE برابر  $6\sqrt{3}$  باشد، آن‌گاه مساحت



مثلث ABC کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{3}$   
(۲)  $6\sqrt{3}$   
(۳)  $8\sqrt{3}$   
(۴)  $12\sqrt{3}$

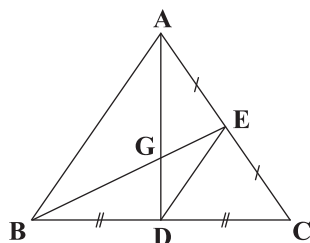
۴۲- با توجه به شکل زیر اگر  $FC = 2AF$ ،  $BE = 2EF$  و  $AD = BD$  و مساحت مثلث DEF برابر ۲ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC کدام



است؟

- (۱) ۳۰  
(۲) ۳۲  
(۳) ۳۵  
(۴) ۳۶

۴۳- با توجه به شکل زیر، اگر G محل تلاقی میانه‌ها و مساحت مثلث DGE برابر ۹ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABG کدام است؟

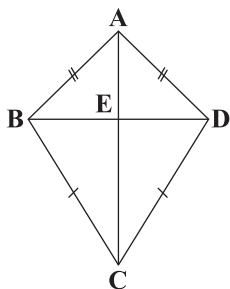


- (۱) ۳۶  
(۲) ۲۴  
(۳) ۲۰  
(۴) ۱۸

محل انجام محاسبات



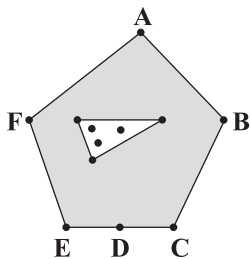
۴۴- با توجه به شکل چهارضلعی  $ABCD$ ، اگر  $AB = AD$ ،  $BC = DC$ ،  $BD = 8$ ،  $5AE = 3EC$  و مساحت  $ABD$  برابر  $30$  باشد، آن‌گاه



طول  $AC$  کدام است؟

- (۱) ۴۰  
(۲) ۳۰  
(۳) ۲۰  
(۴) ۱۰

۴۵- نقاط مشخص شده در شکل، نقاط شبکه‌ای هستند. اگر مساحت قسمت رنگی  $38/5$  باشد، آن‌گاه نقاط درونی شکل  $ABCDEF$  کدام است؟



- (۱) ۳۶  
(۲) ۳۸  
(۳) ۴۰  
(۴) ۴۲

### آمار و احتمال

۴۶- با حروف کلمه مننژیت چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت که حروف «ن» ابتدا و انتهای کلمات باشند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۴۷- از هر ۵ مدرسه مختلف، ۱۰ نفر به عنوان نماینده‌های دانش‌آموزی انتخاب شده‌اند، برای تشکیل یک تیم ۳ نفره به طوری که هیچ دو نفری از

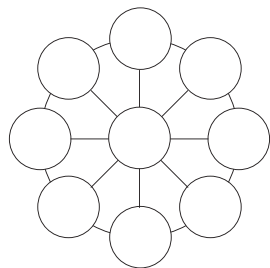
یک مدرسه نباشند، چند حالت میسر است؟

- (۱)  $12 \times 10^3$  (۲)  $11 \times 10^3$  (۳)  $10^4$  (۴)  $9 \times 10^3$

۴۸- با حروف کلمه «شیشه‌شکن» چند کلمه ۷ حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف ۳ نقطه‌ای کنار هم نباشند؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۷۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۲۴۰

۴۹- دایره شکل زیر را به چند طریق می‌توان با ۳ رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هیچ دو رنگ یکسانی کنار هم نباشند؟



- (۱) ۶  
(۲)  $3^7$   
(۳)  $3^6$   
(۴) ۱۲

۵۰- با حروف کلمه «مومیایی» چند کلمه ۷ حرفی وجود دارد که فقط ۲ حرف آن نقطه‌دار باشد؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۶۰

۵۱- اگر هفت نفر در هفت طبقه آپارتمان قرار گیرند، (هر نفر در یک طبقه) به چند طریق می‌توان آن‌ها را چید که نفر  $a$  در طبقه سوم باشد و

بین نفرات  $c$  و  $b$  دقیقاً ۱ نفر قرار گیرد؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۷۲ (۳) ۳۶ (۴) ۲۸۸

محل انجام محاسبات



۵۲- به چند طریق می‌توان ۵ مرد و ۷ زن را در یک ردیف قرار داد به طوری که هیچ دو مردی کنار هم نباشد؟

۱)  $12! - 8!5!$       ۲)  $7! \binom{8}{5} 5!$       ۳)  $12! - 8!2!4!$       ۴)  $8!5!2!$

۵۳- با ارقام متمایز ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند رقمی زوج می‌توان ساخت؟

۱) ۴۸      ۲) ۴۲      ۳) ۳۶      ۴) ۳۰

۵۴- با حروف کلمه «جهان‌گیری» چند کلمه ۸ حرفی، با حروف متمایز می‌توان ساخت به طوری که هیچ دو حرف بی‌نقطه‌ای کنار هم قرار نگیرد؟

۱) ۵۷۶      ۲) ۲۸۸      ۳) ۱۴۴      ۴) ۷۲

۵۵- اگر بخواهیم از A به D برویم و فقط حرکت راست و بالا امکان‌پذیر باشد، به چند طریق می‌توان از A به D رفت به طوری که از B و C نیز

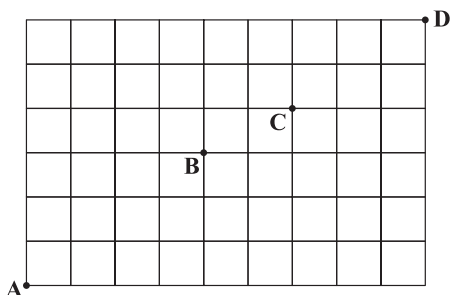
گذر کنیم؟

۱)  $\binom{15}{6}$

۲)  $\binom{15}{6} - \binom{15}{3}$

۳) ۱۰۵۰

۴) ۷۰۰



سایت کنکور



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۰۴



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

|                            |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:        | شماره داوطلبی:                     |
| تعداد سوال: ۶۰             | مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه             |
| تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۸۰ | مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۹۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی                  | تعداد سؤال     | وضعیت پاسخگویی |          | شماره سؤال |     | مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه | مدت پاسخگویی |
|------|-------------------------------|----------------|----------------|----------|------------|-----|--------------------------|--------------|
|      |                               |                | اجباری         | زوج کتاب | از         | تا  |                          |              |
| ۱    | فیزیک ۳<br>فیزیک ۱<br>فیزیک ۲ | ۲۵<br>۱۰<br>۱۰ | اجباری         | زوج کتاب | ۵۶         | ۸۰  | ۵۵ دقیقه                 | ۴۵ دقیقه     |
|      |                               |                |                |          | ۸۱         | ۹۰  |                          |              |
|      |                               |                |                |          | ۹۱         | ۱۰۰ |                          |              |
| ۲    | شیمی ۳<br>شیمی ۱<br>شیمی ۲    | ۱۵<br>۱۰<br>۱۰ | اجباری         | زوج کتاب | ۱۰۱        | ۱۱۵ | ۳۵ دقیقه                 | ۲۵ دقیقه     |
|      |                               |                |                |          | ۱۱۶        | ۱۲۵ |                          |              |
|      |                               |                |                |          | ۱۲۶        | ۱۳۵ |                          |              |

\*\* داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند، به تمامی سوالات زوج درس پاسخ دهند.



۵۶- فاصله خروجی شیر آبی از سطح زمین،  $80\text{cm}$  است و در فاصله‌های زمانی مساوی، قطرات آب از شیر چکه می‌کنند. در لحظه‌ای که قطره اول به سطح زمین می‌رسد، قطره پنجم از شیر شروع به سقوط می‌کند. در این لحظه فاصله دو قطره دوم و چهارم چند متر است؟  
( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

۰/۳ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۱ (۲)

۰/۲ (۱)

۵۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  رها می‌شود. در ۳ ثانیه آخر حرکتش، ۶۰ متر سقوط می‌کند. اندازه متوسط این گلوله در یک ثانیه آخر حرکتش، چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

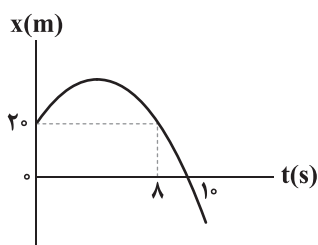
۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۵۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، سهمی مطابق شکل زیر است. از لحظه تغییر جهت حرکت متحرک تا لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، متحرک چه مسافتی را برحسب متر پیموده است؟



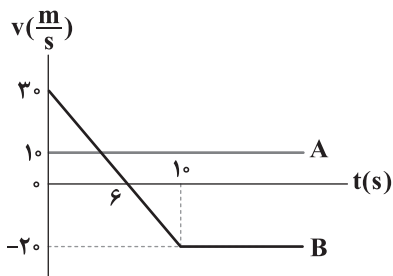
۲۰ (۱)

۱۰ (۲)

۳۶ (۳)

۵۶ (۴)

۵۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از مکان‌های  $x_A = -5\text{m}$  و  $x_B = 15\text{m}$  به صورت هم‌زمان بر روی خط راست شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای این دو متحرک به هم می‌رسند؟



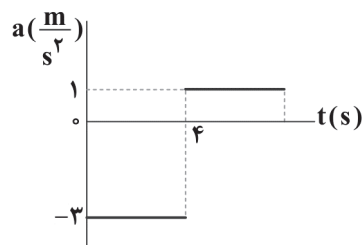
۱۷ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

۶۰- نمودار شتاب - زمان برای متحرکی که از حال سکون بر مسیر مستقیم به حرکت درآمده است، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه پس از لحظه شروع حرکت ( $t=0$ )، جهت حرکت این متحرک تغییر می‌کند؟



۱۲ (۱)

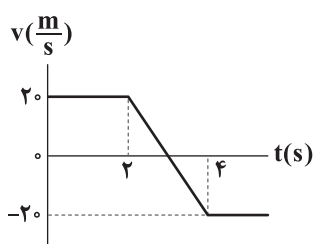
۸ (۲)

۱۶ (۳)

۶ (۴)



۶۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمانی که



حرکت، شتاب‌دار است، چند برابر مسافت طی شده توسط متحرک در ۲ ثانیه اول حرکتش است؟

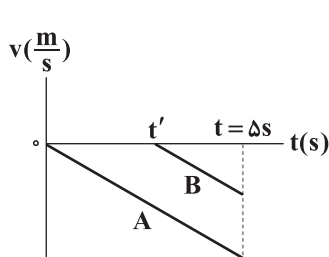
۰/۵ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۴ (۴)

۶۲- نمودار سرعت - زمان دو گلوله A و B که از یک نقطه رها شده‌اند، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر در لحظه  $t = 5s$  فاصله دو گلوله از



یکدیگر به بیشترین مقدار خود، یعنی ۴۵m برسد،  $t'$  چند ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۴ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۶۳- متحرکی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر متحرک در لحظه  $t_1 = 5s$  در مکان  $x_1 = 100m$  و در لحظه  $t_2 = 25s$  در

مکان  $x_2 = -400m$  باشد. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک از مکان  $x = -200m$  عبور می‌کند؟

۲۰ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۶۴- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت  $x = -5t + 10$  می‌باشد. کدام گزینه در مورد این متحرک درست است؟

(۱) متحرک همواره در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

(۲) متحرک همواره در حال دور شدن از مبدأ است.

(۳) جابه‌جایی متحرک پس از ۲ ثانیه در جهت محور X است.

(۴) مسافتی که متحرک پس از ۲ ثانیه می‌پیماید برابر ۱۰m است.

۶۵- متحرکی با سرعت ثابت  $4 \frac{m}{s}$  از مکان  $x = +10m$  در جهت منفی محور X عبور می‌کند. چند ثانیه فاصله این متحرک از مبدأ مکان کم‌تر

از ۲m است؟

۲ (۴)

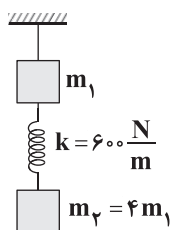
۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

۶۶- در شکل زیر، اگر اندازه نیروی کشش نخ سبک متصل به سقف برابر با ۵۰۰N باشد، فنر نسبت به حالت عادی اش چند سانتی‌متر تغییر طول

داشته است؟ (از جرم فنر صرف نظر کنید و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



۱/۵ (۱)

۵/۶ (۲)

۲۰۰/۳ (۳)

۱۰۰/۳ (۴)

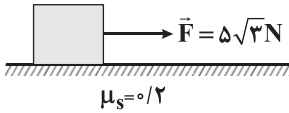
محل انجام محاسبات



۶۷- معادلهٔ تکانه - زمان جسمی به جرم  $500\text{g}$  که بر روی خط راست در حال حرکت است، در SI به صورت  $p = 8t^2 - 16t$  می‌باشد. در لحظه‌ای که نیروی وارد بر جسم صفر است، سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳)  $-16$  (۴)  $-42$

۶۸- در شکل زیر، جسم در آستانهٔ حرکت است. با قرار دادن یک وزنه به جرم  $m$  روی آن، نیروی اصطکاک وارد بر آن چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) دو برابر می‌شود.

(۲) ۴ برابر می‌شود.

(۳) ثابت می‌ماند.

(۴) به  $m$  بستگی دارد.

۶۹- شخصی به جرم  $50\text{kg}$  داخل آسانسوری ایستاده و آسانسور ساکن است. اگر شخص با شتاب  $2 \frac{m}{s^2}$  شروع به نشستن کند، چه نیرویی به

سطح زیرین خود وارد می‌کند؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $600$  (۲)  $500$  (۳)  $400$  (۴)  $300$

۷۰- معادلهٔ تکانه - زمان جسمی در SI به صورت  $p = t^2 - 4t + 3$  می‌باشد. نوع حرکت این جسم در  $3$  ثانیهٔ اول حرکتش چگونه است؟

(۱) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده و دوباره در انتها تندشونده است.

(۲) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده و در انتها دوباره کندشونده است.

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۷۱- جسمی را با سرعت اولیهٔ  $3 \frac{m}{s}$  روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم و اندازهٔ سرعت جسم پس از طی  $2/5$  متر روی سطح به  $1 \frac{m}{s}$  می‌رسد.

ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح زیرین آن برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $0/2$  (۲)  $0/4$  (۳)  $0/16$  (۴)  $0/25$

۷۲- جسمی به جرم  $10\text{kg}$  روی سطح افقی قرار دارد. می‌خواهیم آن را با کمک فنری با ثابت  $200 \frac{N}{m}$  به حرکت در بیاوریم. طول فنر از  $20\text{cm}$

به  $25\text{cm}$  می‌رسد، اما جسم حرکت نمی‌کند. اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم برحسب نیوتون و ضریب اصطکاک به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $0/2, 0/1$  (۲)  $0/2, 10$  (۳)  $10$ ، نمی‌توان تعیین کرد (۴)  $0/1, 1000$

۷۳- مکعبی به ابعاد  $a, 2a, 3a$  را از هر سه وجه روی سطح افقی قرار می‌دهیم و با نیرویی به بزرگی  $F$  می‌کشیم. نیروی اصطکاک بین

بزرگ‌ترین وجه و سطح چند برابر نیروی اصطکاک بین کوچک‌ترین وجه و سطح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳)  $0/5$  (۴) ۱

۷۴- تویی به جرم  $2\text{kg}$  با سرعت  $5 \frac{m}{s}$  به دیواری برخورد کرده و با سرعت  $5 \frac{m}{s}$  در همان راستا ولی در خلاف جهت اولیه برمی‌گردد. تغییر

تکانهٔ این جسم در حین این برخورد چند واحد SI است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

محل انجام محاسبات



۷۵- سه نیروی  $F_1 = 8\text{ N}$ ،  $F_2 = 10\text{ N}$  و  $F_3 = 7\text{ N}$  به جسمی به جرم  $10\text{ kg}$  به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. بیشترین شتاب حاصل از این سه نیرو چند واحد SI است؟

- (۱) ۱/۱ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۴ (۴) ۵

۷۶- جسمی به جرم  $3\text{ kg}$  با تندی ثابت  $8\frac{\text{m}}{\text{s}}$  در خلاف جهت محور  $x$ ها در حرکت است. به این جسم در لحظه‌ای که در مبدأ مکان قرار دارد، نیروی  $\vec{F} = 12\vec{i}$  بر حسب نیوتون اثر می‌کند. در چه لحظه‌ای این جسم مجدداً از مبدأ می‌گذرد؟ (از نیروی اصطکاک صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۷- نیروی  $\vec{F} = \alpha\vec{i} + \vec{j}$  در دستگاه SI به جسم ساکنی به جرم  $2\text{ kg}$  اثر می‌کند و به آن شتابی به بزرگی  $1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  می‌دهد.  $\alpha$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $\pm 2$  (۲) صفر (۳)  $\pm 1$  (۴)  $\pm\sqrt{3}$

۷۸- اگر سرعت جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  به اندازه  $8\frac{\text{m}}{\text{s}}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود. تکانه این جسم قبل از افزایش سرعت آن چند نیوتون‌ثانیه بوده است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

۷۹- نیروی  $\vec{F}$  در راستای قائم، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  را می‌تواند با شتاب تندشونده  $3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  به طرف بالا حرکت دهد. اگر این جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار داشته باشد و نیروی  $\vec{F}$  موازی با سطح افقی به آن اثر کند، اندازه شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ ( $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۳ (۴) ۳

۸۰- دو گلوله هم‌وزن از جنس آلومینیم و آهن را در شرایط یکسان از ارتفاع یکسانی نسبت به سطح زمین رها می‌کنیم. مقاومت هوا در برابر کدام گلوله بیشتر است؟ (چگالی  $\text{Al}$  از  $\text{Fe}$  کم‌تر است.)

- (۱) آهن (۲) آلومینیم (۳) برابر است (۴) نمی‌توان تعیین کرد

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، پاسخ دهند.

## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- وقتی با دست، قطعه یخی را لمس می‌کنیم، ممکن است دست به یخ بچسبید. علت این اتفاق کدام گزینه است؟

(۱) بخار هوای روی پوست و بین انگشتان و قطعه یخ به یخ تبدیل می‌شود.

(۲) نیروی دگرچسبی بین یخ و پوست، زیاد است.

(۳) رسانش گرمایی پوست دست، زیاد است.

(۴) رسانش گرمایی پوست دست، کم است.

محل انجام محاسبات



۸۲- کدام یک از عبارتهای زیر در ارتباط با انتقال گرما به روش همرفت نادرست است؟

(الف) افزایش چگالی شاره با افزایش دما علت این پدیده است.

(ب) ماده در پدیده همرفت مسئول انتقال انرژی است.

(ج) نیروی شناوری موجب بالا رفتن هوای گرم می شود.

(د) در دستگاه گردش خون، انتقال گرما به روش همرفت طبیعی است.

(۱) فقط «الف» (۲) «الف» و «د» (۳) فقط «ب» (۴) «الف» و «ج»

۸۳- ده گرم شبنم در دمای صفر درجه سلسیوس روی برگی به جرم ۵ گرم تشکیل شده است. دمای برگ چند درجه سلسیوس افزایش یافته

است؟ ( $L_V = 2400 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $c = 800 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$  و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

(۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۴- مقداری آب با دمای صفر درجه سلسیوس در اختیار داریم. ۲۰۰ گرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس و ۱۰ گرم بخار آب با دمای  $100^\circ\text{C}$  به

آن اضافه می کنیم. پس از تعادل حرارتی کدام گزینه اتفاق می افتد؟ ( $L_F = 320 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $L_V = 2400 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $c_{\text{آب}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ )

(۱) تمام یخ ذوب شده و دمای تعادل صفر درجه سلسیوس می شود.

(۲) تمام یخ ذوب شده و آب با دمایی بالاتر از صفر درجه سلسیوس به دست می آید.

(۳) مقداری از یخ ذوب شده و دمای تعادل صفر درجه سلسیوس می شود.

(۴) مقداری از بخار آب به آب جوش تبدیل می شود و دمای تعادل  $100^\circ\text{C}$  می شود.

۸۵- مخلوطی از ۱ kg یخ و ۱ kg آب که در تعادل گرمایی با یکدیگر هستند، در اختیار داریم. یک گلوله فلزی  $300^\circ\text{C}$  گرمی را که دمای آن  $80^\circ\text{C}$  و

گرمای ویژه آن  $420 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$  است، درون این مخلوط می اندازیم. تا رسیدن به تعادل گرمایی، چند گرم از یخ ذوب می شود؟

( $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $L_V = 2400 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$  و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

(۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰

۸۶- اگر گرمکنی در مدت t ثانیه بتواند ۱ kg آب  $100^\circ\text{C}$  را بخار کند، در چه مدت می تواند ۱ kg یخ صفر درجه سلسیوس را به آب صفر درجه

سلسیوس تبدیل کند؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید و  $L_V = 7/5 L_F$ )

(۱) ۴t (۲) ۶t (۳)  $\frac{15}{4}t$  (۴)  $\frac{2}{15}t$

۸۷- در یک محفظه با حجم ثابت، مقداری گاز کامل با دمای  $27^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر دمای این گاز را به  $227^\circ\text{C}$  برسانیم، به ترتیب از راست به چپ،

فشار و چگالی این گاز چند برابر می شوند؟

(۱)  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$ , ۱ (۳)  $\frac{3}{5}$ , ۱ (۴)  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$

۸۸- اگر دمای ۸۷ g گاز کامل را از  $27^\circ\text{C}$  به  $87^\circ\text{C}$  و حجم آن را از ۴ لیتر به ۸ لیتر برسانیم، فشار گاز  $10 \text{ cmHg}$  کاهش می یابد. فشار اولیه این

گاز چند سانتی متر جیوه بوده است؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )

(۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

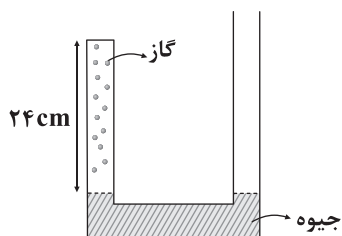
محل انجام محاسبات



۸۹- در دمای ثابت، فشار یک گاز کامل را  $7 \text{ atm}$  تغییر می‌دهیم، در نتیجه حجم این گاز  $20\%$  درصد کاهش می‌یابد. فشار پیمانه‌ای اولیه این گاز چند اتمسفر بوده است؟ ( $P_0 = 1 \text{ atm}$ )

- ۲۸ (۱)      ۲۷ (۲)      ۳۵ (۳)      ۳۴ (۴)

۹۰- مطابق شکل زیر، درون یک لوله U شکل جیوه قرار دارد. در دمای ثابت، به شاخه سمت راست آنقدر جیوه اضافه می‌کنیم تا اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف،  $15 \text{ cm}$  شود. ارتفاع ستون گاز محبوس شده در لوله چند سانتی‌متر می‌شود؟ ( $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ )



- ۲۲ (۱)  
۲۰ (۲)  
۱۸ (۳)  
۱۶ (۴)

## زوج درس ۲

## فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- توسط سیمی به طول ۴ متر، سیملوله‌ای آرمانی به طول  $8 \text{ cm}$  می‌سازیم. اگر از این سیملوله جریان  $8$  آمپر عبور کند، بزرگی میدان

مغناطیسی یکنواخت داخل سیملوله،  $4$  میلی‌تسلا می‌شود. شعاع حلقه‌های این سیملوله چند میلی‌متر است؟ ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ )

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۴۰ (۳)      ۲۰ (۴)

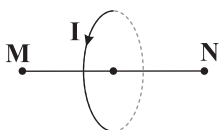
۹۲- شکل زیر، یک حلقه حامل جریان الکتریکی را نشان می‌دهد که پاره خط MN روی محور این حلقه قرار دارد. چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) میدان مغناطیسی ناشی از حلقه حامل جریان، مشابه میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای تخت دایره‌ای است.

ب) جهت میدان مغناطیسی بر روی محور حلقه در راستای محور و از M به N است.

ج) قطب S این حلقه در سمت نقطه N است.

د) این حلقه را می‌توان به عنوان یک دوقطبی مغناطیسی در نظر گرفت.



- ۲ (۱)      ۱ (۲)      ۳ (۳)      ۳ (۴)

۹۳- شکل زیر، خطوط میدان مغناطیسی ناشی از دو آهنربا را نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) B قطب N و آهنربای (۲) قوی‌تر از آهنربای (۱) است.

(۲) B قطب S و آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲) است.

(۳) A قطب S و آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲) است.

(۴) A قطب S و آهنربای (۲) قوی‌تر از آهنربای (۱) است.

۹۴- اگر طول یک سیملوله آرمانی،  $7$  سانتی‌متر کاهش یابد، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت درون آن  $40\%$  درصد تغییر می‌کند. طول نهایی سیملوله چند سانتی‌متر است؟

- ۴۲ (۱)      ۱۷/۵ (۲)      ۳۱/۵ (۳)      ۲۴/۵ (۴)

۹۵- سیمی به طول  $314$  سانتی‌متر را به صورت یک سیملوله آرمانی به طول  $8\pi$  سانتی‌متر و شعاع  $2$  میلی‌متر در آورده و آن را به باتری آرمانی با نیرو محرکه  $20 \text{ V}$  وصل می‌کنیم. در این حالت بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله در مرکز آن چند گاوس خواهد شد؟

(مقاومت سیم را  $10 \Omega$  در نظر بگیرید و  $\pi = 3/14$ ،  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ )

- ۲۵۰ (۱)      ۲۵ (۲)      ۵ (۳)      ۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۹۶- ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = -4\mu\text{C}$  با سرعت  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  عمود بر خطوط میدان مغناطیسی داخل سیملوله‌ای که از آن جریان  $1^\circ$  آمپر عبور می‌کند، پرتاب می‌شود. اگر بزرگی نیروی مغناطیسی که از طرف میدان مغناطیسی درون سیملوله بر این ذره وارد می‌شود، برابر با

$$24 \times 10^{-4} \text{ N} \text{ باشد، در هر متر از این سیملوله چند دور حلقه وجود دارد؟ } (\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

- (۱)  $10^7$  (۲)  $10$  (۳)  $20$  (۴)  $2 \times 10^7$

۹۷- سیمی به طول  $2^\circ$  متر که مقاومت هر متر آن برابر با  $1/5 \Omega$  است را به صورت سیملوله‌ای آرمانی به شعاع  $\frac{2}{3} \text{ m}$  درمی‌آوریم، اگر دو سر آن را به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $12^\circ$  ولت وصل کنیم، میدان مغناطیسی به بزرگی  $6^\circ$  گاوس درون سیملوله به وجود می‌آید. طول این سیملوله

$$\text{چند سانتی‌متر است؟ } (\pi = 3, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

- (۱)  $4 \times 10^{-3}$  (۲)  $8 \times 10^{-2}$  (۳)  $4 \times 10^{-1}$  (۴)  $8$

۹۸- از سیم افقی به طول  $2$  متر، جریان  $5^\circ$  آمپر می‌گذرد. حداقل بزرگی میدان مغناطیسی در این فضا چند تسلا باشد تا سیم به صورت افقی در

$$\text{حال تعادل باقی بماند؟ (جرم هر متر سیم برابر  $5^\circ$  گرم است و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )}$$

- (۱)  $0/04$  (۲)  $0/005$  (۳)  $0/02$  (۴)  $0/01$

۹۹- ذره‌ای با بار الکتریکی  $Q$  به جرم  $4$  گرم در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  در حال تعادل قرار دارد. حال اگر این ذره با بار

الکتریکی  $Q$  را با تندی  $5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در یک میدان مغناطیسی به بزرگی  $7^\circ \text{ G}$  پرتاب کنیم، بیشینه نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند

$$\text{نیوتون می‌شود؟ } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱)  $0/14$  (۲)  $0/7$  (۳)  $1/4$  (۴)  $0/07$

۱۰۰- سیمی حامل جریان  $I$  در میدان مغناطیسی زمین قرار دارد. اگر جهت جریان به سمت شرق باشد، نیروی وارد بر سیم در کدام جهت است؟

- (۱) جنوب (۲) شمال (۳) بالا (۴) پایین



۱۰۱- تفاوت جرم مولی یک صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده  $17$  کربنی و یک پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده  $14$

$$\text{کربنی چند گرم بر مول است؟ (کاتیون پاک‌کننده‌ها یکسان است.) } (C=12, H=1, S=32, O=16: \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱)  $70$  (۲)  $74$  (۳)  $82$  (۴)  $86$

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟  $(C=12, H=1, O=16, N=14: \text{g.mol}^{-1})$

• ژله، شیر و مخلوط آب و روغن نمونه‌هایی از کلوئید هستند.

• شمار اتم‌های موجود در  $1/2$  گرم اوره برابر با  $10^{22} \times 4 \times 1/2$  است.

• از واکنش سه مول اسید چرب تک‌عاملی با یک مول الکل سه‌عاملی می‌توان یک مول استر سنگین تولید کرد.

• پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$





۱۰۳- کمترین مقدار باریم هیدروکسید برحسب گرم که باید به ۴ لیتر محلول فورمیک اسید اضافه کرد تا pH آن از ۳ به ۴ افزایش یابد کدام است؟  
( $Ba=137, O=16, H=1: g.mol^{-1}$ )

۰/۲۷۷۲ (۴)

۰/۶۱۵۶ (۳)

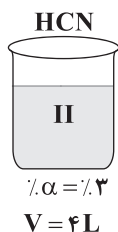
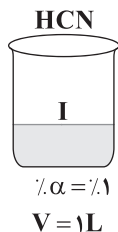
۰/۳۰۷۸ (۲)

۰/۵۵۴۴ (۱)

۱۰۴- به ۲۰ میلی لیتر محلول ۳۰ درصد جرمی اتانویک اسید با چگالی  $1.25 g.mL^{-1}$ ، ۲۸۰ میلی لیتر آب اضافه می‌کنیم. اگر درصد یونش اسید در محلول جدید برابر ۴٪ باشد، ثابت یونش آن کدام است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

 $6/66 \times 10^{-3}$  (۴) $6/66 \times 10^{-4}$  (۳) $1/66 \times 10^{-3}$  (۲) $1/66 \times 10^{-4}$  (۱)

۱۰۵- اگر محلول‌های (I) و (II) را با هم مخلوط کنیم، درصد یونش در مخلوط نهایی کدام است؟ ( $\sqrt{2/6} = 1/61$ )



۱/۸۶ (۱)

۱/۴۸ (۲)

۲/۱۲ (۳)

۱/۳۲ (۴)

۱۰۶- pH حلال خالص HX برابر ۵ است. pH محلول ۰/۰۲ مولار KX در این حلال کدام است؟

۷/۷ (۴)

۱۰/۳ (۳)

۸/۳ (۲)

۹/۷ (۱)

۱۰۷- مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول ۰/۱۹۶ مولار اسید HA چند مول بر لیتر است؟ ( $K_a = 4 \times 10^{-9}$ )

 $5/6 \times 10^{-6}$  (۴) $5/6 \times 10^{-5}$  (۳) $8/4 \times 10^{-6}$  (۲) $8/4 \times 10^{-5}$  (۱)

۱۰۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در سامانه تعادلی شامل محلول فورمیک اسید، سرعت مصرف هر ماده با سرعت تولید آن ماده برابر است.
- اگر در دمای ثابت، غلظت یک محلول اسیدی را نصف و یا درجه یونش آن را به طریقی دو برابر کنیم، ثابت یونش آن تغییری نمی‌کند.
- محلول آبی آمونیاک همانند محلول آبی شامل آهک، کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورد.
- در دمای یکسان رسانایی الکتریکی ۱L محلول یک مولار فورمیک اسید بیشتر از ۱L محلول یک مولار استیک اسید است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

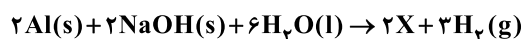
۱۰۹- قدرت اسیدی محلول نیم مولار هیدروکلریک اسید در آب به قدرت اسیدی کدام یک از محلول‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (در گزینه‌های (۲) و (۴)، غلظت هر کدام از محلول‌ها مربوط به قبل از مخلوط کردن است.)

(۲) محلول ۰/۲۵ مولار هیدروبرمیک اسید + محلول ۰/۲۵ مولار نیتریک اسید

(۱) محلول نیم مولار نیترواسید

(۴) محلول ۰/۲۵ مولار سولفوریک اسید + محلول ۰/۲۵ مولار نیتریک اسید

(۳) محلول ۰/۲۵ مولار سولفوریک اسید



۱۱۰- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش مقابل درست است؟

- هر واحد فرمولی از ترکیب X شامل ۱۰ اتم است.

- در این واکنش، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

- ترکیب X محلول در آب است.

- از این واکنش برای بازکردن لوله‌های مسدودشده در برخی دستگاه‌های صنعتی استفاده شده و گاز تولید شده با چربی‌ها واکنش می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



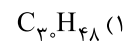






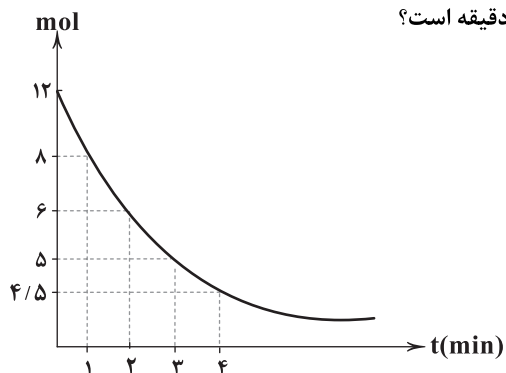


۱۳۴- اگر در واکنش سوختن کامل لیکوپن، سرعت متوسط مصرف اکسیژن،  $1/35$  برابر سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید باشد، فرمول مولکولی لیکوپن کدام است؟



۱۳۵- نمودار زیر مربوط به واکنش گازی  $2NH_3 \rightarrow N_2 + 3H_2$  است که در یک ظرف دربسته انجام می‌شود. در شرایطی که حجم مخلوط

واکنش در شرایط STP برابر  $40.3/2L$  است، سرعت متوسط واکنش چند لیتر بر دقیقه است؟



$$11/2 \quad (1)$$

$$22/4 \quad (2)$$

$$44/8 \quad (3)$$

$$33/6 \quad (4)$$



سایت کنکور



# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه‌درا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۰۴

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

|                             |                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:         | شماره داوطلبی:                      |
| تعداد سؤال: ۱۱۵             | مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه             |
| تعداد سؤال ویژه دی‌ماه: ۱۳۵ | مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | شماره سؤال |     | مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه |
|------|--------------|------------|------------|-----|--------------------------|
|      |              |            | از         | تا  |                          |
| ۱    | ریاضیات      | ۱۰         | ۱          | ۱۰  | ۸۵ دقیقه                 |
|      |              | ۱۰         | ۱۱         | ۲۰  |                          |
|      |              | ۱۰         | ۲۱         | ۳۰  |                          |
|      |              | ۵          | ۳۱         | ۳۵  |                          |
|      |              | ۵          | ۳۶         | ۴۰  |                          |
|      |              | ۱۰         | ۴۶         | ۵۵  |                          |
| ۲    | فیزیک        | ۲۵         | ۵۶         | ۸۰  | ۵۵ دقیقه                 |
|      |              | ۱۰         | ۸۱         | ۹۰  |                          |
|      |              | ۱۰         | ۹۱         | ۱۰۰ |                          |
| ۳    | شیمی         | ۱۵         | ۱۰۱        | ۱۱۵ | ۳۵ دقیقه                 |
|      |              | ۱۰         | ۱۱۶        | ۱۲۵ |                          |
|      |              | ۱۰         | ۱۲۶        | ۱۳۵ |                          |

# آزمون‌های سراسر گاج

| ویراستاران علمی  | طراحان   | دروس          | ریاضیات |
|--|--|---------------|---------|
| محدثه کارگرفرد<br>ندا فرهختی - مینا نظری                         | سیروس نصیری<br>محمد رضا سیاح   | حسابان (۲)    |         |
|  | مجید فرهمندپور   | گسسته         |         |
|  |  | هندسه (۳)     |         |
|  | سیروس نصیری<br>مهدی وارسته   | ریاضی (۱)     |         |
|  | سیروس نصیری<br>حسین نادری  | حسابان (۱)    |         |
|  | هایده جواهری   | هندسه (۱)     |         |
|  | علی ایمانی   | آمار و احتمال |         |
| حسین زین‌العابدین زاده<br>سارا دانایی کجانی<br>مروارید شاه‌حسینی | ارسلان رحمانی<br>امیررضا خونی‌ها<br>رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی<br>مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری | فیزیک         |         |
| ایمان زارعی - میلاد عزیزی<br>رضیه قربانی                         | پویا الفتی   | شیمی          |         |

فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی





۴ اگر خارج قسمت تقسیم  $f(x-1)$  بر  $x^2 - x - 2$  را  $Q(x)$  بنامیم، رابطه تقسیم را بدین صورت می‌نویسیم:

$$f(x-1) = (x^2 - x - 2)Q(x) + 2x + 1$$

ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 2 = 0$  یعنی  $x = 2$  و  $x = -1$  را در رابطه تقسیم جایگذاری می‌کنیم.

$$x = -1 \Rightarrow f(-2) = -1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(1) = 5$$

باقی‌مانده تقسیم  $f(x+1)$  بر  $x^2 + 3x$  را  $r(x) = ax + b$  و خارج قسمت را  $q(x)$  فرض می‌کنیم. داریم:

$$f(x+1) = (x^2 + 3x)q(x) + ax + b$$

ریشه‌های معادله  $x^2 + 3x = 0$  یعنی  $x = 0$  و  $x = -3$  را در این رابطه جایگذاری می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(1) = b \Rightarrow b = 5$$

$$x = -3 \Rightarrow f(-2) = -3a + b \Rightarrow -3a + 5 = -1 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم برابر است با:

$$r(x) = ax + b = 2x + 5$$

۵ ابتدا اتحادهای زیر را با هم مرور می‌کنیم:

$$x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

$$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$x^{10} - 1 = (x^2)^5 - 1^5 = (x^2 - 1)(x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1)$$

صورت و مخرج کسر را در  $x^2 - 1$  ضرب می‌کنیم. داریم:

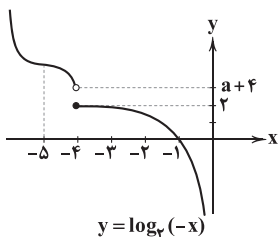
$$\frac{(x^2 - 1)(1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8)}{[(x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)][(x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)]}$$

$$= \frac{x^{10} - 1}{(x^6 - 1)(x^6 - 1)} = \frac{x^{10} - 1}{(x^6 - 1)^2} = \frac{x = \sqrt{2} \quad (\sqrt{2})^{10} - 1}{((\sqrt{2})^6 - 1)^2}$$

$$= \frac{32 - 1}{(8 - 1)^2} = \frac{31}{49}$$

۶ تابع  $y = \log_p(-x)$  اکیداً نزولی است بنابراین تابع  $f(x)$

هم باید اکیداً نزولی باشد، یعنی تابع  $a(x+5)^3 + 4$  باید اکیداً نزولی باشد یعنی  $a < 0$  است. با رسم تقریبی نمودار  $f(x)$  داریم:



برای آن که  $f(x)$  اکیداً نزولی باشد داریم:

$$a + 4 \geq 2 \Rightarrow a \geq -2$$

با اشتراک این محدوده و شرط  $a < 0$  داریم:

$$-2 \leq a < 0$$

## ریاضیات

۱ ابتدا ضابطه سهمی مربوط به تابع  $y = 3f\left(\frac{x}{p}\right)$  را می‌نویسیم:

$$y = a(x+1)(x-3) \xrightarrow{(0, -3)} -3 = a(1)(-3) \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow y = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

مختصات رأس سهمی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x_S = 1 \\ y_S = f(1) = -4 \end{cases}$$

از روی مختصات رأس در تابع  $y = 3f\left(\frac{x}{p}\right)$  مختصات رأس تابع  $y = f(x)$  و سپس مختصات رأس تابع  $y = -2f(2-x) + 1$  را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$S \left| \begin{matrix} 1 \\ -4 \end{matrix} \right. \in 3f\left(\frac{x}{p}\right) \Rightarrow S' \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{3} \end{matrix} \right. \in f(x)$$

$$\Rightarrow S'' \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} - 2 \\ -1 \\ -2\left(-\frac{4}{3}\right) + 1 = \frac{11}{3} \end{matrix} \right. \in -2f(2-x) + 1$$

۲ دامنه تابع  $f(-x)$  برابر  $[-1, 2]$  است بنابراین دامنه  $f(x)$

بازه  $[-2, 1]$  می‌باشد. برای یافتن دامنه توابع  $f\left(-\frac{x}{p}\right)$  و  $f(3x)$  داریم:

$$-2 \leq -\frac{x}{p} \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_{2f\left(-\frac{x}{p}\right)} = [-2, 4]$$

$$-2 \leq 3x \leq 1 \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \Rightarrow D_{2f(3x)} = \left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right]$$

بنابراین دامنه تابع  $g(x)$  برابر است با:

$$D_g = [-2, 4] \cap \left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right] = \left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right]$$

۳ تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x = (x+1)^3 - 1$  را در اختیار

داریم. مراحل انتقال را به ترتیب به صورت زیر انجام می‌دهیم.

مرحله ۱: یک واحد به راست ( $x \rightarrow x-1$ )

$$y = ((x-1)+1)^3 - 1 = x^3 - 1$$

مرحله ۲: نمودار نسبت به محور طول قرینه می‌شود ( $f(x) \rightarrow -f(x)$ )

$$y = -(x^3 - 1) = -x^3 + 1$$

مرحله ۳: طول نقاط نصف می‌شود ( $x \rightarrow 2x$ )

$$y = -(2x)^3 + 1 = -8x^3 + 1$$

در تقسیم تابع  $-8x^3 + 1$  بر  $x+2$  برای یافتن باقی‌مانده داریم:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = -8(-2)^3 + 1 = 65$$

اگر خارج قسمت تقسیم را  $Q(x)$  بنامیم، رابطه تقسیم را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$-8x^3 + 1 = (x+2)Q(x) + 65$$

مجموع ضرایب هر چندجمله‌ای، حاصل آن چندجمله‌ای به ازای  $x=1$  است. برای یافتن  $Q(1)$  داریم:

$$x=1 \Rightarrow -8+1 = 3Q(1) + 65 \Rightarrow Q(1) = -24$$



۳ ۱۱

$$3x^2 - 18x + 20 = 3(x^2 - 6x) + 20 = 3(x^2 - 6x + 9) + 20 - 27$$

$$= 3(x-3)^2 - 7$$

اگر به جای  $x$  عددی به صورت  $(a\sqrt{b} + 3)$  قرار دهیم، حاصل یک عدد گویا می‌شود.

۱ ۱۲

$$A = \frac{rab}{ra^2 + rb^2} \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{r(a^2 + b^2)}{rab} \Rightarrow \frac{r}{2A} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{2A} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

می‌دانیم اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مثبت باشند، داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{r}{2A} \geq 2 \Rightarrow 0 < \frac{rA}{r} \leq \frac{1}{r} \Rightarrow 0 < A \leq \frac{r}{4}$$

۴ ۱۳

$$\left. \begin{aligned} 17|6a+1 &\Rightarrow 17|3(6a+1) \Rightarrow 17|18a+3 \\ 17|17 &\Rightarrow 17|-17a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 17|a+3$$

$$\Rightarrow a+3 = 17k \Rightarrow a = 17k - 3$$

$$10 \leq a < 100 \Rightarrow 10 \leq 17k - 3 < 100 \Rightarrow 13 \leq 17k < 103$$

$$\Rightarrow \frac{13}{17} \leq k < \frac{103}{17}$$

$$k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

۳ ۱۴

$$\left. \begin{aligned} \Delta |2x-3y &\Rightarrow \Delta^2 |(2x-3y)^2 \Rightarrow 25|4x^2 - 12xy + 9y^2 \\ &\Rightarrow 25|-4x^2 + 12xy - 9y^2 \\ \Delta |2x-3y &\Rightarrow \Delta \times \Delta |5(2x-3y) \Rightarrow 25|10x - 15y \\ &\Rightarrow 25|10x^2 - 15xy \\ &\Rightarrow 25|6x^2 - 3xy - 9y^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 25|6x^2 - 3xy - 9y^2 \\ 25|25xy \end{aligned} \right\} \Rightarrow 25|6x^2 + 22xy - 9y^2$$

با مقایسه رابطه به دست آمده با رابطه اصلی  $k = 22$  به دست می‌آید.

۲ ۱۵

$$\text{اگر } (a, b) = d \Rightarrow (\Delta a, \Delta b) = \Delta d$$

$$\text{اگر } (a, b) = d \Rightarrow (a^2, b^2) = d^2 \Rightarrow (a^2, b^2 + 3a^2) = d^2$$

$$(a^2, b^2 + 3a^2) + (\Delta a, \Delta b) = 24 \Rightarrow d^2 + \Delta d - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (d+8)(d-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = -8 \text{ غق} \\ d = 3 \end{cases}$$

$$(a, b) = 3 \Rightarrow (18, b) = 3 \Rightarrow (3^2 \times 2, b) = 3$$

پس  $b$  مضرب ۳ است اما مضرب اعداد ۲ و ۹ نیست

$$b \in \{3, 15\}$$

۳ ۷

اگر دوره تناوب تابع  $f(x)$  را  $T$  بنامیم دوره تناوب توابع  $g(x)$  و  $h(x)$  به صورت زیر است:

$$g(x) = 2f\left(-\frac{x}{2a} - 1\right) \Rightarrow T_1 = \frac{T}{\frac{1}{2|a|}} = 2|a|T$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}f(2ax + 1) \Rightarrow T_2 = \frac{T}{|2a|}$$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 2|a|T = \frac{T}{2|a|} \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \quad \text{با برابری } T_1 \text{ و } T_2 \text{ داریم:}$$

بنابراین داریم:

$$y = \sin(a\sqrt{2}x + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{|a|\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}\pi$$

۲ ۸

از رابطه  $\tan 2x = \sqrt{3}$  دومین زاویه مثبت را به دست می‌آوریم:

$$\tan 2x = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow n = \frac{2\pi}{3} \\ \vdots \end{cases}$$

از رابطه  $\tan 2x = 1$  سومین زاویه مثبت را به دست می‌آوریم:

$$\tan 2x = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = 2\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{9\pi}{8} \Rightarrow p = \frac{9\pi}{8} \end{cases}$$

از رابطه  $\tan 2x = -1$  بزرگ‌ترین زاویه منفی را به دست می‌آوریم:

$$\tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} \Rightarrow m = -\frac{\pi}{8}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$m + n + p = -\frac{\pi}{8} + \frac{2\pi}{3} + \frac{9\pi}{8} = \frac{-3\pi + 16\pi + 27\pi}{24} = \frac{5\pi}{3}$$

۳ ۹

ابتدا ضابطه تابع را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

$$y = 1 - a(-\sin(b\pi x)) = 1 + a\sin(b\pi x)$$

طبق نمودار اگر دوره تناوب تابع را  $T$  فرض کنیم داریم:

$$2T = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow T = \frac{\Delta}{9} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{\Delta}{9} \Rightarrow |b| = \frac{9}{\Delta} \Rightarrow b = \pm \frac{9}{\Delta}$$

از طرفی کمترین مقدار تابع برابر  $-2$  است، داریم:

$$\min y = -2 \Rightarrow -|a| + 1 = -2 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

نمودار تابع در  $x = 0$  شروع صعودی دارد بنابراین  $a$  و  $b$  هم‌علامتند داریم:

$$\begin{cases} a = 3, b = \frac{9}{\Delta} \Rightarrow a + b = \frac{21}{\Delta} \\ a = -3, b = -\frac{9}{\Delta} \Rightarrow a + b = -\frac{21}{\Delta} \end{cases}$$

۳ ۱۰

اگر  $f(x)$  تابعی متناوب با دوره تناوب  $T$  و  $n$  عددی صحیح باشد داریم:

$$f(x) = f(x + nT)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$f(-20) = f(-18-2) = f(-6 \times 3 - 2) = f(-2) = (-2)^2 - |-2| = 2$$

$$f(21/1) = f(21+0/1) = f(7 \times 3 + 0/1) = f(0/1)$$

$$= (0/1)^2 - |0/1| = -0/09$$

$$f(-20) + f(21/1) = 2 + (-0/09) = 1/91$$



$$\left. \begin{array}{l} ۱۳۱۳۹۲ \equiv ۳۵ \\ ۱۳۶ \equiv -۶ \\ ۱۳۲ \equiv ۴ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times \\ \rightarrow ۱۳۱۴۰۰ \equiv ۳۵ \\ \rightarrow ۱۳۱۴۰۰ \equiv ۱۱ \end{array}$$

۴ ۲۱ سطر آخر و ستون آخر ماتریس A یعنی  $i=p$  و  $j=q$

$$۴p - ۷q - pq = ۰ \Rightarrow p(۴ - q) = ۷q$$

$$۴ - q > ۰ \Rightarrow q < ۴$$

$$q = ۱ \Rightarrow ۳p = ۷ \Rightarrow p = \frac{۷}{۳} \text{ غق}$$

$$q = ۲ \Rightarrow ۲p = ۱۴ \Rightarrow p = ۷$$

۱۴ تعداد درایه‌ها

$$q = ۳ \Rightarrow p = ۲۱$$

۶۳ تعداد درایه‌ها

۱ ۲۲

$$\begin{aligned} (A-I)^3 &= A^3 - 3A^2I + 3AI^2 - I^3 = A^3 - 3A^2 + 3A - I \\ &= 5A^2 + A - 15A - 2I + 3A - I = 5(A+I) - 11A - 4I \\ &= 25A + 5I - 11A - 4I = 14A + I \end{aligned}$$

۳ ۲۳

$$\begin{aligned} [3 \ 1]A &= [4 \ -1] \xrightarrow{\times \alpha} [3\alpha \ \alpha] A = [4\alpha \ -\alpha] \\ [5 \ -2]A &= [3 \ 4] \xrightarrow{\times \beta} [5\beta \ -2\beta] A = [3\beta \ 4\beta] \\ &\xrightarrow{+} \underbrace{[3\alpha + 5\beta]}_1 \underbrace{[\alpha - 2\beta]}_4 A = [4\alpha + 3\beta \ -\alpha + 4\beta] \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2(3\alpha + 5\beta) = 1 \\ 5(\alpha - 2\beta) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6\alpha + 10\beta = 2 \\ 5\alpha - 10\beta = 4 \end{cases}$$

$$11\alpha = 22 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = -1$$

چنانچه در رابطه فوق قرار دهیم:

$$[1 \ 4] \times A = [5 \ -6]$$

۲ ۲۴ اگر  $A^n = \bar{O}$  آن‌گاه اگر  $n \geq 2$  باشد،  $A^n = \bar{O}$  (ماتریس

بوج توان)

$$(3A+I)^2 = 9A^2 + 6A + I^2 = 6A + I$$

$$(3A+I)^4 = (6A+I)^2 = 36A^2 + 12A + I^2 = 12A + I$$

۱ ۲۵

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

اگر  $A^2 = I$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$A^n = \begin{cases} A & n = \text{فرد} \\ I & n = \text{زوج} \end{cases}$$

می‌دانیم  $7!$  یک عدد زوج است.

$$A^{57} - A^{7!} = A - I = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$(A^{57} - A^{7!})$  = مجموع درایه‌های ماتریس = ۰

۳ ۱۶ اگر  $(a, b) = d, [a, b] = c$  باشد آن‌گاه  $a' = \frac{a}{d}$

و  $b' = \frac{b}{d}$  وجود دارند که  $(a', b') = 1$  و  $c = a'b'd$

$$7c - 13d = 119 \Rightarrow 7a'b'd - 13d = 119 \Rightarrow d(7a'b' - 13) = 7 \times 17$$

با توجه به این که  $4 < d < 10$  است. پس  $d = 7$

$$7a'b' - 13 = 17 \Rightarrow 7a'b' = 30 \Rightarrow a'b' = 15 \Rightarrow \frac{a'}{b'} = \frac{15}{3}$$

$$a + b = a'd + b'd = (a' + b')d = \begin{cases} (1+15) \times 7 = 16 \times 7 = 112 \\ (3+5) \times 7 = 8 \times 7 = 56 \end{cases}$$

۱ ۱۷

$$\begin{cases} a = 8q + 5 \Rightarrow a = 8q - 8 + 13 \Rightarrow a - 13 = 8(q-1) \Rightarrow 8 | a - 13 \\ a = 6q' + 1 \Rightarrow a = 6q' - 12 + 13 \Rightarrow a - 13 = 6(q'-2) \Rightarrow 6 | a - 13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 13 = [8, 6]k$$

$$\Rightarrow a - 13 = 24k \Rightarrow a = 24k + 13 \Rightarrow a = 24k + 12 + 1$$

$$\Rightarrow a = 12(2k+1) + 1 \Rightarrow a = 12k' + 1$$

یعنی باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر  $12$  برابر  $1$  است.

۲ ۱۸

$$128 \equiv 51 \pmod{m} \Rightarrow m | 128 - 51 \Rightarrow m | 77 \Rightarrow m = 1, 7, 11, 77$$

پس  $m = 7$  است تا مجموعه  $\mathbb{Z}$  به مجموعه‌های کم‌تری افراز شود ( $m \neq 1$ )

$$\begin{cases} 51 \equiv 2 \pmod{7} \\ a \equiv 51 \pmod{7} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow a = 7k + 2$$

$$a \geq 1000 \Rightarrow 7k + 2 \geq 1000 \Rightarrow 7k \geq 998 \Rightarrow k \geq \frac{998}{7}$$

$$\Rightarrow k \in \{143, 144, \dots\}$$

$$a_{\min} = 7(143) + 2 = 1003$$

$$a = \text{مجموع ارقام} = 1 + 0 + 0 + 3 = 4$$

۴ ۱۹

$$8: 4 \times 31 + 8 \equiv 4 \times (3) + 8 \equiv 20 \equiv 6$$

$$5: 6 \times 31 + 4 \times 30 + 5 \equiv 6(3) + 4(2) + 5 \equiv 31 \equiv 3$$

پس  $5$  بهمن  $(3-6=-3)$  روز عقب‌تر یعنی جمعه است.

۲ ۲۰ می‌دانیم که:

$$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{7} \Rightarrow (7+5)^{1400} \equiv 7^{1400} + 5^{1400}$$

$$\Rightarrow 13^{1400} \equiv 7^{1400} + 5^{1400}$$

پس کافی است باقی‌مانده  $13^{1400}$  به  $35$  را به دست آوریم.

$$13^2 \equiv 4 \pmod{35} \Rightarrow (13^2)^3 \equiv 4^3 \equiv 64 \equiv 12 \pmod{35} \Rightarrow 12^2 \equiv (-6)^2 \equiv 36 \pmod{35} \equiv 1$$

$$\Rightarrow 13^{12} \equiv 1 \pmod{35} \Rightarrow (13^{12})^{116} \equiv 1^{116} \pmod{35}$$



$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq \sin x + 2 \leq 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sin x + 2} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sin x + 2} + 1 \leq 2$$

$$\frac{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{(\sin x + \cos x)^2} + 1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} + 1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin x}{\sin x + \cos x} = 3 \Rightarrow \tan x = -3$$

می‌دانیم:

ماتریسی وارون‌پذیر نیست که دترمینان آن صفر باشد، پس:

$$|A| = 0 \Rightarrow \Delta m + 15 - 2m = 0 \Rightarrow 3m = -15 \Rightarrow m = -5$$

(ج)

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 6 + 2 = 8$$

$$B+I = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |B+I| = 14 + 2 = 16$$

$$|B^2 + B| = |B(B+I)| = |B||B+I| = 8 \times 16 = 128$$

۲ ۲۷

$$A^2 - 5A = 2I \Rightarrow A^2 - 5A + 6I = 8I \Rightarrow (A-2I)(A-3I) = 8I$$

$$\Rightarrow (A-2I)\left(\frac{1}{8}(A-3I)\right) = I \Rightarrow (A-2I)^{-1} = \frac{1}{8}(A-3I)$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1} \quad \text{می‌دانیم} \quad 1 \quad 28$$

$$A^{-1}(A^{-1} + B^{-1})^{-1} B^{-1} = (B(A^{-1} + B^{-1})A)^{-1}$$

$$= ((BA^{-1} + BB^{-1})A)^{-1} = ((BA^{-1} + I)A)^{-1}$$

$$= (BA^{-1}A + A)^{-1} = (B+A)^{-1} = \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

ماتریس A زمانی معکوس‌پذیر نیست که  $|A| = 0$  باشد.

$$|A| = 6 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -7$$

دستگاه به صورت زیر می‌شود.

$$\begin{cases} -5x + by = 1 \\ 2bx - 10y = 0 \end{cases}$$

این دستگاه زمانی بی‌شمار جواب دارد که:

$$\frac{-5}{2b} = \frac{b}{-10} = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-5}{2b} = \frac{b}{-10} \Rightarrow 2b^2 = 50 \Rightarrow b^2 = 25 \xrightarrow{b>0} b = 5 \\ \frac{b}{-10} = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{5}{-10} = \frac{1}{c} \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

$$\frac{b-c}{a} = \frac{5+2}{-7} = -1$$

۴ ۳۰

$$(A+3I)^2 = 12A \Rightarrow A^2 + 6A + 9I = 12A \Rightarrow A^2 - 6A + 9I = 0$$

$$\Rightarrow (A-3I)^2 = 0 \Rightarrow A = 3I \Rightarrow A^2 = 9I$$

$$|A^2 + I| = |9I + I| = |10I| = 10^3 |I| = 1000$$

دو طرف معادله را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم:

۲ ۳۱

$$2 \tan^2 x - \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = 1, -\frac{1}{2}$$

$$\text{جمع حاصل} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۴ ۳۲ بررسی گزاره‌ها:

الف) اگر  $\frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2}$  در نتیجه  $\sin x < \cos x$ نتیجه  $\sqrt{\sin x} < \sqrt{\cos x}$  است.

(ب)

$$\frac{\sin x + 2 + 1}{\sin x + 2} = 1 + \frac{1}{\sin x + 2}$$

$$\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{توان}^2} \tan x + \cot x + 2\sqrt{\tan x} \sqrt{\cot x} = 9$$

$$\Rightarrow \tan x + \cot x = 18 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 18$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{18}$$

۴ ۳۴

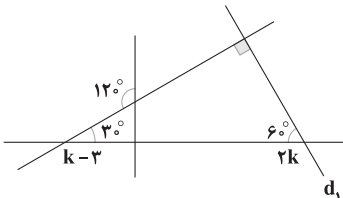
$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} = \sqrt{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x - \cos^3 x = \sin x \Rightarrow \sin x(\sin^2 x - 1) = \cos^3 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\sin x = \cos x \\ \cos^2 x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \cos^2 x = 0 \end{cases}$$

با توجه به شکل داریم:

۱ ۳۵

واضح است که اندازه وتر  $k+3$  است. در نتیجه اندازه دو ساق قائم برابر:

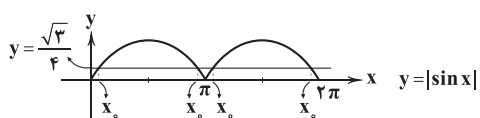
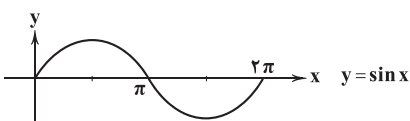
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}(k+3) \\ \frac{1}{2}(k+3) \end{cases} \Rightarrow S = 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}(k+3) \times \frac{1}{2}(k+3)$$

$$\Rightarrow 16 = (k+3)^2 \Rightarrow \begin{cases} k+3 = 4 \\ k+3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \text{ ق ق } \\ k = -7 \text{ غ ق } \end{cases}$$

معادله خط  $d_1$  برابر:

$$y - 0 = -\sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow y = 2\sqrt{3} - x\sqrt{3}$$

۴ ۳۶



بنابراین گزینه (۴) درست است.



۴ ۳۷

$BE = 2EF \Rightarrow S_{BDE} = 2S_{DEF} = 4$  (۱)

$AD = BD \Rightarrow S_{ADF} = S_{FDB} = 6$  (۲)

$FC = 2AF \Rightarrow S_{BFC} = 2S_{ABF} = 2 \times 12 = 24$  (۳)

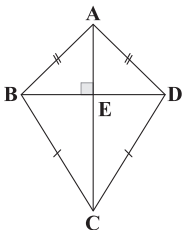
$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow S_{ABC} = 12 + 24 = 36$

۱ ۴۳

می‌دانیم:  $S_{EGD} = \frac{1}{12} S_{ABC} \Rightarrow 9 = \frac{1}{12} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = 108$

از طرفی  $S_{ABG} = \frac{1}{3} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABG} = 36$

با توجه به شکل داریم: ۳ ۴۴



$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{2k}{\Delta k} = \frac{2}{\Delta} \Rightarrow S_{BDC} = \frac{\Delta}{2} S_{ABD}$

$S_{BDC} = \frac{\Delta}{2} \times 30 = 50$

$S_{ABCD} = 30 + 50 = 80 \Rightarrow \frac{1}{2} AC \times BD = 80$

$\Rightarrow \frac{1}{2} AC \times 8 = 80 \Rightarrow AC = 20$

$S_{ABCDEF} = \frac{6}{2} + i - 1 = 2 + i$  بنا به قضیهٔ پیک: ۳ ۴۵

مساحت مثلث =  $\frac{3}{2} + 3 - 1 = 3.5$

مساحت مثلث - مساحت ABCDEF = مساحت قسمت رنگی

$38/5 = (2+i) - 3.5 \Rightarrow i = 40$

۲ ۴۶

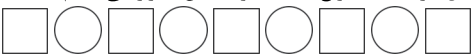
$\frac{1}{n} \times \frac{4}{n} \times \frac{3}{n} \times \frac{2}{n} \times \frac{1}{n} = 24$

۳ ۴۷

$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} = 10^4$

ابتدا در چهار جایگاه حروف «ی، ه، ک، ن» را با علامت ۴ ۴۸

مشخص می‌کنیم. حال در جایگاه مربع‌ها سه حرف «ش» قرار می‌دهیم.



$4! \binom{5}{3} = 24 \times 10 = 240$

برای دایرهٔ مرکزی ۳ حالت وجود دارد. برای دایره‌های کناری ۱ ۴۹

نیز ۲ حالت میسر است. بنابراین در کل ۶ حالت امکان‌پذیر است.

برای این حالت باید یکی از حروف «ی» حتماً حرف آخر باشد ۲ ۵۰

و سایر حروف این گونه‌اند م، ی، ی، ا، و

$\frac{1}{5}$

که تعداد حالت جابه‌جایی آن‌ها  $\frac{6!}{2!2!} = 180$  است.

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $\sin x \cos y \pm \cos x \sin y = \sin(x \pm y)$   
 $(\sin \Delta \alpha \cos \alpha + \cos \Delta \alpha \sin \alpha)(\sin \Delta \alpha \cos \alpha - \cos \Delta \alpha \sin \alpha)$   
 $= \sin(\Delta \alpha + \alpha) \sin(\Delta \alpha - \alpha) = \sin \epsilon \alpha \sin \epsilon \alpha$

$\alpha = 7/5^\circ \rightarrow \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

اگر:  $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$

$\Rightarrow 15 + 75 = 90 \Rightarrow \sin^2 15 + \sin^2 75 = 1$

$\Rightarrow 30 + 60 = 90 \Rightarrow \sin^2 30 + \sin^2 60 = 1$

عبارت =  $\sin^2 15 + \sin^2 75 + \sin^2 30 + \sin^2 60 + \sin^2 45$

$= 1 + 1 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 2.5$

۲ ۳۸

نکته: ۳ ۳۹

اگر:  $\alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow (1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$

$15 + 30 = 45 \Rightarrow (1 + \tan 15)(1 + \tan 30) = 2$

عبارت =  $(1 + \tan 15)(1 + \tan 30)(1 + \tan 45) = 2(1+1) = 4$

۳ ۴۰

$\tan(\pi + \alpha) + \cot(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = 4 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \alpha = 4 \Rightarrow \tan \alpha = 2$

$\frac{2 \sin(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = \frac{2 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha + 2 \sin \alpha}$

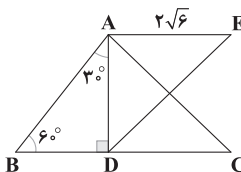
صورت و مخرج را بر  $\cos \alpha$  تقسیم می‌کنیم.  
 $\frac{2 \tan \alpha - 1}{1 + 2 \tan \alpha} = \frac{2(2) - 1}{1 + 2(2)} = \frac{3}{5}$

طول ضلع مثلث ADE را a در نظر می‌گیریم. با توجه به ۳ ۴۱

شکل داریم:

$S_{\Delta ADE} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 24 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}$

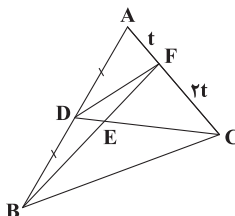
$AD \perp BC \Rightarrow \hat{B}AD = 30^\circ, \hat{B} = 60^\circ$



$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{6}}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{AB} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{(4\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}$

۴ ۴۲





۱ ۵۱

بنابراین فاصله دو قطره برابر است با:

$$\Delta y = \frac{(-3) + (-1)}{2} \times (0/3 - 0/1) = -0/4 \text{ m} \Rightarrow |\Delta y| = 0/4 \text{ m}$$

در سقوط آزاد، شتاب حرکت جسم، همان شتاب گرانش **۳ ۵۷**زمین ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) است، بنابراین در هر ثانیه  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به اندازه سرعت گلوله

اضافه می‌شود. پس اگر فرض کنیم گلوله در مدت زمان  $t$  سقوط کرده و به سطح زمین رسیده است و در لحظه رسیدن به سطح زمین، اندازه سرعت آن  $v$  است، پس اندازه سرعت گلوله در لحظه  $t=3$  برابر با  $v=30$  است، بنابراین جابه‌جایی گلوله در سه ثانیه آخر حرکتش برابر است با:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{v - 30 + v}{2} \times 3$$

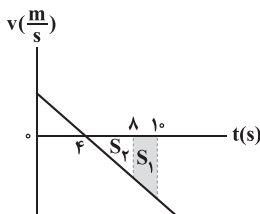
$$\Rightarrow 2v - 30 = 40 \Rightarrow 2v = 70 \Rightarrow v = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اندازه سرعت گلوله در لحظه رسیدن به زمین برابر با  $35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است، بنابراین

اندازه سرعت گلوله در یک ثانیه آخر حرکتش، یعنی لحظه  $t=1$  برابر با  $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است، پس سرعت متوسط گلوله در یک ثانیه آخر حرکتش برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{25 + 35}{2} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**۳ ۵۸** نمودار مکان - زمان، سهمی است، با توجه به ویژگی متقارن بودن سهمی، مکان متحرک در دو لحظه  $t=0$  و  $t=8\text{s}$  یکسان است، پس لحظه‌ای که متحرک به بیشترین مکان خود می‌رسد، دقیقاً وسط دو لحظه  $t=0$  و  $t=8\text{s}$ ، یعنی لحظه  $t=4\text{s}$  می‌باشد. همچنین اندازه سرعت متحرک در دو لحظه  $t=0$  و  $t=8\text{s}$  با هم برابر هستند. نمودار سرعت - زمان را برای این متحرک رسم می‌کنیم:



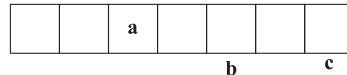
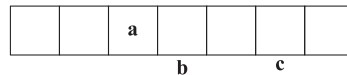
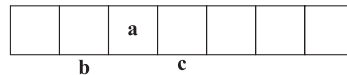
با توجه به نمودار مکان - زمان داده‌شده می‌توان فهمید که جابه‌جایی متحرک بین دو لحظه  $t=0$  و  $t=8\text{s}$  برابر با  $20\text{m}$  است، یعنی مساحت زیر نمودار سرعت - زمان بین دو لحظه  $t=0$  و  $t=8\text{s}$  برابر با  $20\text{m}$  است، یعنی:  $S_1 = 20\text{m}$

از تشابه مثلثات و همچنین رابطه بین نسبت تشابه دو شکل و نسبت مساحت‌های آن دو شکل داریم:

$$\frac{S_2}{S_1 + S_2} = \left(\frac{4}{8}\right)^2 = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_2}{20 + S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4S_2 = 20 + S_2 \Rightarrow 3S_2 = 20 \Rightarrow S_2 = \frac{20}{3} \text{ m}$$

می‌دانیم متحرک در لحظه‌ای که تغییر جهت می‌دهد، سرعتش صفر می‌شود و همچنین بردار مکان متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان، یعنی  $x=0$  عبور کند، بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک از لحظه تغییر جهت حرکت متحرک ( $t=4\text{s}$ ) تا لحظه تغییر جهت بردار مکان ( $t=8\text{s}$ ) برابر مجموع  $S_2$  و  $S_3$  است:

$$l = S_2 + S_3 = \frac{20}{3} + 16 = 36 \text{ m}$$

بنابراین ۳ حالت وجود دارد و در هر حالت جابه‌جایی  $c$  و  $b$  نیز ۲ حالت است و سایر نفرت نیز ۴! حالت دارند. بنابراین تعداد کل حالات  $3 \times 2 \times 4! = 144$  است.

**۲ ۵۲** اگر تعداد حالت‌های چیدن زنان کنار هم برابر  $7!$  باشد، تعداد جاهای ممکن برای مردان ۸ حالت است که باید از این ۸ جا ۵ تا را انتخاب کرد و مردها را در آن قرار داد که این کار به  $5!$  حالت امکان‌پذیر است. بنابراین کل حالات  $7! \cdot 5!$  است.

در اعداد رمزی رقم سمت چپ می‌تواند صفر باشد.

$$\frac{4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 2}{0^2} = 48$$

**۲ ۵۴** دقت شود حروف «ی» حتماً باید نقطه‌دار محسوب شود یعنی نمی‌توانند آخرین حرف سمت چپ قرار بگیرند. اگر نقطه‌دار را با حرف  $n$  و بی‌نقطه را با حرف  $b$  نمایش دهیم حتماً چیدمان باید به صورت  $bnbnbnbn$  باشد.

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$$

اما چون ۲ حرف تکراری داریم باید تعداد حالت بر ۲ تقسیم شود.

$$\frac{24 \times 24}{2} = 288$$

**۳ ۵۵** برای رفتن از  $A$  به  $B$  در مجموع ۷ حرکت وجود دارد که ۳ تای آن حرکت رو به بالا است. انتخاب ۳ حرکت رو به بالا از بین ۷ حرکت تعداد حالت‌های مختلف را می‌شمارد، بقیه حالت‌ها نیز به همین طریق به دست می‌آید:

$$\binom{7}{3} \binom{3}{1} \binom{5}{2} = 1050$$

## فیزیک

**۳ ۵۶** با استفاده از معادله مکان - زمان در سقوط آزاد، مدت زمانی که طول می‌کشد تا یک قطره به سطح زمین برسد، را محاسبه می‌کنیم:

$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow -0/8 = -5t^2 + 0 \times t \Rightarrow t^2 = 0/16 \Rightarrow t = 0/4\text{s}$

در این مدت ۴ قطره از شیر چکیده است، بنابراین فاصله بین چکیدن هر قطره  $0/1\text{s}$  می‌باشد.

فاصله بین دو قطره از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

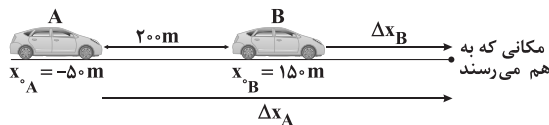
از طرفی در این لحظه ( $t=0/4\text{s}$ ) که قطره اول به سطح زمین رسیده است، قطره دوم  $0/3\text{s}$  و قطره چهارم  $0/1\text{s}$  حرکت کرده است، پس سرعت قطره دوم را در لحظه  $t=0/3\text{s}$  و سرعت قطره چهارم در لحظه  $t=0/1\text{s}$  برابر است با:

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{قطره دوم: } v_1 = -10 \times 0/3 + 0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{قطره چهارم: } v_2 = -10 \times 0/1 + 0 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$



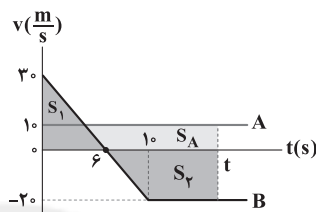
۳ ۵۹

مطابق شکل زیر، در لحظه شروع حرکت، متحرک A به اندازه  $200\text{ m}$  عقب‌تر از متحرک B است، پس در لحظه‌ای که به هم می‌رسند، رابطه جابه‌جایی آن‌ها به صورت زیر است:



$$\Delta x_A - \Delta x_B = 200 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم جابه‌جایی یک متحرک در یک بازه زمانی برابر با مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان آن متحرک در آن بازه زمانی است.



با توجه به نمودار داده شده مساحت زیر نمودار A تا لحظه t، یک مستطیل است، با عرض  $10$  و طول t، بنابراین:

$$\Delta x_A = S_A = 10t \quad (2)$$

مساحت زیر نمودار B از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول آن مثلثی به قاعده  $6$  و ارتفاع  $30$  است و از آن جا به بعد یک دوزنقه است که قاعده بزرگ آن  $(t-6)$ ، قاعده کوچک آن  $(t-10)$  و ارتفاع آن  $20$  است، بنابراین:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{6 \times 30}{2} = 90 \text{ (m)} \\ S_2 = \frac{(t-6+t-10) \times (20)}{2} = 10 \times (2t-16) = 20t - 160 \text{ (m)} \end{cases}$$

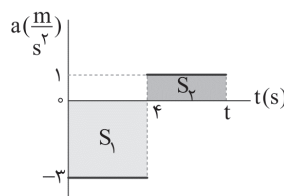
$$\Rightarrow \Delta x_B = S_1 - S_2 = 90 - (20t - 160) = 250 - 20t \text{ (m)} \quad (3)$$

بنابراین با استفاده از روابط (1)، (2) و (3) داریم:

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 200$$

$$\Rightarrow 10t - (250 - 20t) = 200 \Rightarrow 30t - 250 = 200 \Rightarrow 30t = 450 \Rightarrow t = 15\text{ s}$$

۳ ۶۰ مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی، مشخص‌کننده تغییرات سرعت متحرک در آن بازه زمانی است. در این صورت می‌توان نوشت:



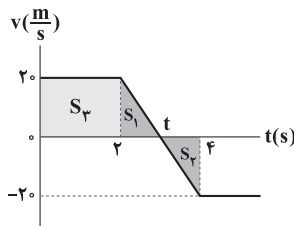
$$S_1 = 4 \times 3 = 12 \Rightarrow \Delta v_1 = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین مساحت  $S_2$  باید برابر  $12$  باشد. پس می‌توان نوشت:

$$S_2 = (t-4) \times 1 = 12 \Rightarrow t-4 = 12 \Rightarrow t = 16\text{ s}$$

۱ ۶۱ به کمک تشابه دو مثلث متقابل به رأس، لحظه t به دست می‌آید. چون ارتفاع دو مثلث، یکسان و برابر  $20$  است، پس قاعده‌ها نیز برابر است و در نتیجه t وسط  $t=2\text{ s}$  و  $t=4\text{ s}$  است، یعنی:

$$t = \frac{4+2}{2} = 3\text{ s}$$



در بازه زمانی  $t=2\text{ s}$  تا  $t=4\text{ s}$  حرکت، شتابدار است، زیرا نمودار سرعت - زمان دارای شیب است. مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در بازه زمانی  $t=2\text{ s}$  تا  $t=4\text{ s}$  برابر با مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی است، بنابراین:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1 \times 20}{2} = 10\text{ m} \\ S_2 = \frac{1 \times 20}{2} = 10\text{ m} \end{cases} \Rightarrow l = S_1 + S_2 = 10 + 10 = 20\text{ m}$$

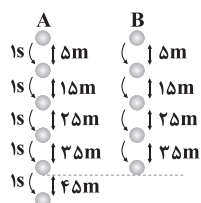
مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در بازه زمانی  $t=0$  تا  $t=2\text{ s}$  برابر با مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی است، بنابراین:

$$l' = S_3 = 2 \times 20 = 40\text{ m}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{l}{l'} = \frac{20}{40} = 0.5$$

۲ ۶۲ جابه‌جایی گلوله A را در مدت زمان  $5$  ثانیه به دست می‌آوریم.



گلوله B با تأخیر و  $t'$  ثانیه بعد از گلوله A رها شده است. بیشترین فاصله دو گلوله زمانی است که گلوله A که زودتر رها شده به زمین رسیده باشد، چون بیشترین فاصله آن‌ها  $45\text{ m}$  است. در نتیجه زمان حرکت گلوله B برابر با  $4\text{ s}$  بوده است، بنابراین گلوله B  $1\text{ s}$  دیرتر نسبت به گلوله A رها شده است، پس  $t' = 1\text{ s}$  خواهد بود.

۳ ۶۳ ابتدا سرعت متحرک را به کمک رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{x_2 = -400\text{ m}, x_1 = 100\text{ m}}{t_2 = 5\text{ s}, t_1 = 25\text{ s}} \rightarrow v = \frac{-400 - 100}{25 - 5} = -25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با قرار دادن یکی از نقاط در معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان اولیه متحرک، یعنی  $x_0$  را به دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \rightarrow 100 = -25 \times 5 + x_0 \rightarrow x_0 = 225\text{ m}$$

$$\Rightarrow x_0 = 225\text{ m}$$

معادله مکان - زمان این متحرک برابر است با:

$$x = vt + x_0 \rightarrow x = -25 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + 225$$

حال  $x = -200\text{ m}$  را در معادله مکان - زمان قرار داده و t را به دست می‌آوریم:

$$x = -25t + 225 \xrightarrow{x = -200\text{ m}} -200 = -25t + 225 \Rightarrow -425 = -25t \Rightarrow t = 17\text{ s}$$



۶۷ ۳ هرگاه شیب نمودار تکانه - زمان جسمی، صفر باشد، نیروی وارد بر آن جسم صفر است. چون نمودار تکانه - زمان به صورت سهمی می باشد، بنابراین رأس سهمی تنها نقطه‌ای است که شیب خط مماس بر نمودار در آن صفر است، پس مکان صفر شدن نیروی وارد بر جسم است.

$$t_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-16}{2 \times 8} = 1s$$

با جای گذاری  $t = 1s$  در معادله تکانه - زمان، تکانه جسم در لحظه مورد نظر به دست می آید.

$$p = 8 \times 1^2 - 16 \times 1 = -8 \frac{kg \cdot m}{s}$$

با استفاده از رابطه تکانه ( $p = mv$ ) سرعت جسم برابر است با:

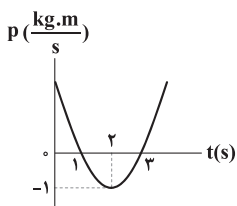
$$v = \frac{-8}{1} = -8 \frac{m}{s}$$

۶۸ ۳ چون جسم ساکن است، بنابراین اندازه نیروی اصطکاک برابر همان اندازه نیروی  $\vec{F}$  می باشد و اضافه شدن جرم، اندازه نیروی اصطکاک را تغییر نمی دهد.

۶۹ ۳ نشستن داخل آسانسور معادل پایین آمدن آسانسور می باشد، بنابراین:

$$F_N = m(g - a) = 50 \times (10 - 2) = 400 N$$

۷۰ ۲ برای تعیین نوع حرکت، ابتدا نمودار  $p - t$  را رسم می کنیم:



با توجه به رابطه تکانه ( $p = mv$ ) می دانیم رفتار نمودار  $v - t$  شبیه نمودار  $p - t$  می باشد، بنابراین:

کندشونده  $\Rightarrow$  کاهش اندازه سرعت  $\Rightarrow$  کاهش اندازه تکانه  $\Rightarrow 0 < t < 1s$   
 تندشونده  $\Rightarrow$  افزایش اندازه سرعت  $\Rightarrow$  افزایش اندازه تکانه  $\Rightarrow 1s < t < 2s$   
 کندشونده  $\Rightarrow$  کاهش اندازه سرعت  $\Rightarrow$  کاهش اندازه تکانه  $\Rightarrow 2s < t < 3s$

۷۱ ۳ ابتدا به کمک معادله سرعت - جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را محاسبه می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 1^2 - 3^2 = 2 \times a \times 2/5 \Rightarrow a = -1/6 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \\ \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow -1/6 = -\mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0/16$$

دقت کنید: اگر جسمی روی سطح افقی پرتاب شود یا اتومبیلی ترمز کند، شتاب از رابطه  $a = -\mu_k g$  محاسبه می شود.

۷۲ ۳ به علت این که وضعیت جسم تعیین نشده و معلوم نیست که جسم در آستانه حرکت است یا خیر، بنابراین ضریب اصطکاک قابل محاسبه نیست. برای محاسبه اندازه نیروی اصطکاک از قانون دوم استفاده می کنیم:

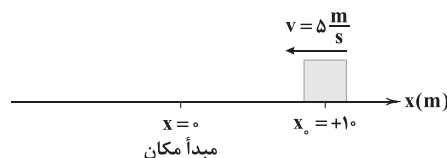
$$F_e - f_s = ma = 0 \Rightarrow f_s = F_e = k\Delta x = 200 \times \frac{25 - 20}{100} = 10 N$$

۷۳ ۴ نیروی اصطکاک به مساحت سطح تماس اجسام ارتباطی ندارد و در هر سه حالت نیروی اصطکاک یکسان و برابر است.

۶۴ ۴ چون معادله مکان - زمان داده شده درجه اول است، پس حرکت متحرک با سرعت ثابت است. با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با فرم کلی معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = -5t + 10 \\ x = vt + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = -5 \frac{m}{s} \\ x_0 = 10 m \end{cases}$$

چون متحرک در  $x_0 = +10 m$  قرار دارد و سرعت آن منفی است، یعنی خلاف جهت محور  $x$  ها حرکت می کند، پس مطابق شکل ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور می شود:



بنابراین گزینه های (۱) و (۲) نادرست هستند. جابه جایی متحرک پس از ۲s برابر است با:

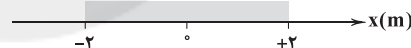
$$v = -5 \frac{m}{s}, \Delta t = 2s \\ \Delta x = v\Delta t \rightarrow \Delta x = -5 \times 2 = -10 m$$

چون علامت جابه جایی، منفی است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور  $x$  ها حرکت کرده است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. چون متحرک با سرعت ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می کند، جابه جایی و مسافت طی شده با هم برابرند.

دقت کنید: مسافت همیشه عددی مثبت است.

۶۵ ۲ علامت سرعت، منفی است، بنابراین متحرک در خلاف جهت محور  $x$  ها حرکت می کند.

برای آن که فاصله متحرک از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) کم تر از ۲m باشد، باید متحرک مطابق شکل بین  $x_1 = +2m$  و  $x_2 = -2m$  قرار گیرد:



اندازه جابه جایی متحرک در این ناحیه برابر است با:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - (+2) = -4 m$$

مدت زمانی که طول می کشد تا متحرک بین دو مکان  $x = +2m$  و  $x = -2m$  جابه جا شود، برابر است با:

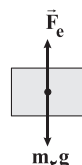
$$\Delta x = -4 m, v = -4 \frac{m}{s} \\ \Delta x = v\Delta t \rightarrow -4 = -4 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1s$$

۶۶ ۳ ابتدا برای محاسبه جرم دو جسم، هر دو را یک جسم واحد در نظر می گیریم تا به کمک نیروی کشش نخ، جرم آن ها را محاسبه کنیم.

$$T = 5m_1g \Rightarrow 500 = 5 \times m_1 \times 10 \Rightarrow m_1 = 10 kg$$

$$m_2 = 4m_1 \xrightarrow{m_1 = 10 kg} m_2 = 40 kg$$

بنابراین: در ادامه نیروهای وارد بر  $m_2$  را رسم می کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - m_2 g = m_2 a = 0 \Rightarrow k\Delta x = m_2 g$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{m_2 g}{k} = \frac{40 \times 10}{600} = \frac{2}{3} m \Rightarrow \Delta x = \frac{200}{3} cm$$





## ۸۲ بررسی عبارت‌ها: ۲

الف) زمانی که دمای شاره افزایش می‌یابد، چگالی آن کم می‌شود، در نتیجه به طرف بالا حرکت می‌کند و جای آن را شاره با دمای کم‌تر (چگالی بیشتر) می‌گیرد. (\*)

ب) در پدیده همرفت، ماده مسئول انتقال انرژی است. (✓)

ج) هنگامی که توپ پلاستیکی که چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، داخل آب فرو می‌بریم، نیروی شناوری وارد بر توپ بیشتر از وزن آن بوده، بنابراین توپ بالا می‌آید. می‌توان مایع با چگالی کم را مانند توپ پلاستیکی در نظر گرفت که می‌خواهد بالای مایعی که چگالی بیشتر دارد، قرار گیرد. (✓)

د) در دستگاه گردش خون، انتقال گرما به روش همرفت واداشته می‌باشد. (\*)

## ۸۳ ۱

شبهنم بر اثر میعان صورت می‌گیرد که بخار آب گرمای  $Q_1 = -mL_V$  می‌دهد و برگ این گرما  $(Q_p = m'c\Delta\theta)$  را گرفته و دمای آن بالا می‌رود.

$$Q_1 + Q_p = 0 \Rightarrow -mL_V + m'c\Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{1000} \times 2400 + \frac{5}{1000} \times 800 \times \Delta\theta = 0 \Rightarrow \Delta\theta = 6^\circ\text{C}$$

## ۸۴ ۳

در چنین مسائلی که نمی‌دانیم سرانجام کار چه می‌شود، سؤال را گام به گام حل می‌کنیم. اگر تمام یخ ذوب شود، گرمای موردنیاز آن  $Q_1$  است:

$$Q_1 = mL_F = \frac{2}{1000} \times 320 = 64 \text{ kJ}$$

اگر تمام بخار آب به آب  $100^\circ\text{C}$  و سپس به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، گرماهای  $Q_p$  و  $Q_r$  را از دست می‌دهد:

$$\left\{ \begin{aligned} Q_r &= -mL_V = -\frac{1}{1000} \times 2400 = -24 \text{ kJ} \\ Q_p &= mc_{\text{آب}}\Delta\theta = \frac{1}{1000} \times 4 \times (-100) = -4 \text{ kJ} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow Q_r + Q_p = -24 - 4 = -28 \text{ kJ}$$

پس بخار آب تا رسیدن به آب صفر درجه سلسیوس، ۲۸ کیلوژول گرما از دست می‌دهد و نمی‌تواند تمام یخ را ذوب کند و فقط می‌تواند قسمتی از یخ را ذوب کند و خودش نیز به آب صفر درجه سلسیوس برسد. در نتیجه دمای نهایی صفر درجه سلسیوس بوده و در ظرف یخ  $0^\circ\text{C}$  و آب  $0^\circ\text{C}$  داریم.

## ۸۵ ۲

در ابتدا مخلوط آب و یخ داریم، پس دمای تعادل اولیه صفر درجه سلسیوس است. در نهایت هنوز مقداری یخ باقی می‌ماند و مفهوم آن این است که دمای تعادل نهایی مجموعه نیز صفر درجه سلسیوس است، پس آب صفر درجه سلسیوس موجود در این ظرف در این تبادل گرمایی دخالت نمی‌کند.

$$Q_{\text{گلوله}} + Q_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1000} \times 0 / 420 \times (-80) + m' \times 336 = 0$$

$$m' = 0 / 03 \text{ kg} \Rightarrow m' = 30 \text{ g}$$

## ۸۶ ۴

اگر توان گرمکن، P باشد، گرمای داده‌شده به آب و یخ از رابطه  $Q = Pt$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$\left\{ \begin{aligned} Q' = Pt' = mL_F &\Rightarrow \frac{t'}{t} = \frac{L_F}{L_V} = \frac{1}{7/5} \rightarrow t' = \frac{t}{7/5} = \frac{2}{15}t \\ Q = Pt = mL_V &\end{aligned} \right.$$

سرعت اولیه و ثانویه توپ در خلاف جهت هم هستند،

بنابراین:

$$|\Delta\vec{v}| = v_f + v_i = 5 + 5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = m\Delta v = 2 \times 10 = 20 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \quad \text{تغییر تکانه توپ برابر است با:}$$

## ۷۵ ۲

با توجه به قانون دوم نیوتون، بیشترین شتاب در حالتی به وجود می‌آید که نیروی خالص وارد بر جسم، بیشینه باشد و بیشینه نیروی خالص در حالتی است که هر سه نیرو هم‌جهت‌اند، بنابراین:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{1 + 1 + 7}{10} = 2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## ۷۶ ۳

ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم که در اثر اعمال نیروی  $\vec{F}$  پیدا می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{12}{3} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حرکت جسم با شتاب ثابت است، بنابراین معادله مکان - زمان این جسم برابر است با:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = 2t^2 - 8t + 0 \Rightarrow x = 2t^2 - 8t$$

وقتی جسم به مبدأ برمی‌گردد، مکان آن مجدد صفر می‌شود، بنابراین در معادله مکان - زمان، x را مساوی صفر قرار داده و معادله را حل می‌کنیم:

$$2t^2 - 8t = 0 \Rightarrow 2t(t - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \text{ s} \end{cases}$$

## ۷۷ ۴

ابتدا اندازه نیروی  $\vec{F}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \sqrt{\alpha^2 + 1^2} = \sqrt{\alpha^2 + 1}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 1} = 2 \times 1 \Rightarrow \alpha^2 + 1 = 4 \Rightarrow \alpha^2 = 3 \Rightarrow \alpha = \pm\sqrt{3}$$

## ۷۸ ۲

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی  $(K = \frac{1}{2}mv^2)$  داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_2 = 4K_1}{v_2 = v_1 + 8} \rightarrow 4 = 1 \times \left(\frac{v_1 + 8}{v_1}\right)^2 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از رابطه تکانه داریم:

$$p_1 = mv_1 = 2 \times 8 = 16 \text{ N.s}$$

## ۷۹ ۳

ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون در حالت قائم، اندازه نیروی  $\vec{F}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$F - mg = ma \Rightarrow F - 2 \times 10 = 2 \times 3 \Rightarrow F = 26 \text{ N}$$

سپس قانون دوم نیوتون را برای جسم در حالت افقی می‌نویسیم:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{26}{2} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## ۸۰ ۲

نیروی مقاومت هوا به حجم جسم بستگی دارد. جرم هر دو گلوله یکسان است، بنابراین با توجه به این‌که چگالی Al کم‌تر از چگالی Fe است، بنابراین حجم گلوله آلومینیومی بیشتر بوده و نیروی مقاومت هوا در برابر آن نیز بیشتر است.

## ۸۱ ۱

بخار هوای روی پوست، بین انگشتان و قطعه یخ، به یخ تبدیل می‌شود (پدیده چگالش رخ می‌دهد). که هم به پوست و هم به قطعه یخ می‌چسبد.



۹۱ ۴ با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیمولوله آرمانی داریم:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 8 \times N}{8 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = \frac{10^6}{\pi}$$

بنابراین با توجه به رابطه تعداد دورهای سیمولوله داریم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} \Rightarrow \frac{10^6}{\pi} = \frac{4}{2\pi r} \Rightarrow r = \frac{2}{10^6} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

۹۲ ۲ تنها عبارت «ج» نادرست است. با توجه به قاعده دست راست، قطب N حلقه در سمت نقطه N و قطب S حلقه در سمت نقطه M قرار می‌گیرد.

۹۳ ۳ خطوط میدان مغناطیسی از قطب B خارج و به قطب A وارد می‌شوند، پس A قطب S و B قطب N می‌باشد.  
تراکم خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای (۱) بیشتر است، پس آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲) است.

۹۴ ۲ با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیمولوله آرمانی ( $B = \frac{\mu_0 IN}{l}$ ) مشخص است که بزرگی میدان با طول سیمولوله رابطه معکوس دارد، پس با کاهش طول سیمولوله بزرگی میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$L_2 = L_1 - \gamma$$

$$B_2 = B_1 + \frac{4}{10^6} B_1 = 1.4 B_1$$

بنابراین:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow \frac{1.4}{1} = \frac{L_1}{L_1 - \gamma} \Rightarrow 2L_1 = 4\gamma \Rightarrow L_1 = 2\gamma = 24 / \Delta \text{ cm}$$

بنابراین طول نهایی سیمولوله برابر است با:

$$L_2 = L_1 - \gamma = \frac{24}{\Delta} \text{ cm} - \gamma \Rightarrow L_2 = 17 / \Delta \text{ cm}$$

۹۵ ۲ باتری، آرمانی است، پس مقاومت درونی آن برابر صفر است ( $r=0$ )، در نتیجه جریان عبوری از سیمولوله برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{2}{10+0} = 2 \text{ A}$$

تعداد حلقه‌های این سیمولوله برابر است با:

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{314 \times 10^{-2}}{2 \times 3.14 \times 2 \times 10^{-3}} = 250$$

بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیمولوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 250}{8\pi \times 10^{-2}} = 25 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$\times 10^4 \rightarrow B = 25 \text{ G}$$

۹۶ ۱ ابتدا باید با توجه به داده‌های سؤال، بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیمولوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-6} \times 5 \times B \times 1 \Rightarrow B = 120 \text{ T}$$

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیمولوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l} \Rightarrow 120 = 12 \times 10^{-7} \times 10 \times \frac{N}{l}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{l} = \frac{120}{12 \times 10^{-7} \times 10} = 10^7 \text{ متر}$$

۸۷ ۲ ابتدا به کمک قانون گازهای کامل، نسبت فشار گاز را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad V_1 = V_2 \rightarrow \frac{P_1}{27+273} = \frac{P_2}{227+273}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{500} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{5}{3}$$

چگالی گاز، ثابت است، زیرا جرم و حجم گاز، ثابت مانده است.

۸۸ ۲ با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

$$\begin{cases} \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \\ T_1 = 27+273 = 300 \text{ K} \text{ و } T_2 = 87+273 = 360 \text{ K} \\ V_1 = 4L \text{ , } V_2 = 8L \\ P_2 = P_1 - 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \rightarrow \frac{(P_1 - 10) \times 8}{360} = \frac{P_1 \times 4}{300}$$

$$\Rightarrow 6P_1 = 10(P_1 - 10) \Rightarrow 6P_1 = 10P_1 - 100 \Rightarrow 4P_1 = 100$$

$$\Rightarrow P_1 = 25 \text{ cmHg}$$

۸۹ ۲ با توجه به این که دمای گاز، ثابت است، فشار گاز و حجم گاز با هم رابطه عکس دارند، بنابراین با توجه به کاهش یافتن حجم گاز، فشار آن افزایش یافته است.

دمای گاز کامل، ثابت است، بنابراین با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad V_2 = \frac{10}{100} V_1 \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{\frac{10}{100} V_1} = \frac{10}{1}$$

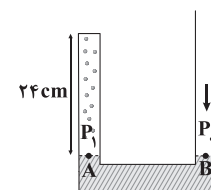
$$\Rightarrow 4P_1 + 28 = 10P_1 \Rightarrow P_1 = 28 \text{ atm}$$

فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار گاز با فشار هوا است، بنابراین:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P - P_0 = 28 - 1 = 27 \text{ atm}$$

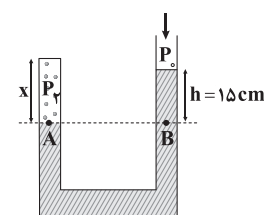
۹۰ ۲ در دو حالت با استفاده از نقاط هم‌تراز، فشار گاز محبوس را محاسبه می‌کنیم.

حالت اول:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

حالت دوم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_2 = P_0 + P_{\text{جیوه}} = 75 + 15 = 90 \text{ cmHg}$$

اگر مساحت مقطع لوله a باشد، در دمای ثابت، با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

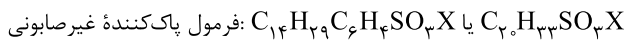
$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \Rightarrow 90 \times x \times a = 75 \times 24 \times a \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$



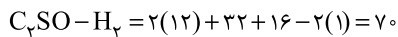
## شیمی

۱ ۱۰۱

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



پاک‌کننده غیرصابونی دو اتم کربن، یک اتم گوگرد و یک اتم اکسیژن بیشتر داشته و از طرفی اتم‌های هیدروژن آن، دو واحد کم‌تر است:

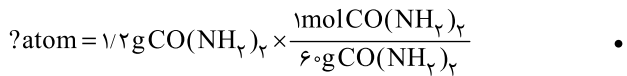


عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

۲ ۱۰۲

## بررسی عبارت‌های نادرست:

• مخلوط آب و روغن، ناپایدار بوده و نمی‌تواند کلوئید باشد.



$$\times \frac{8 \times 6 \cdot 02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol CO(NH}_2)_2} = 9/632 \times 10^{22} \text{ atom}$$

$$pH_1 = 3 \Rightarrow [H^+]_1 = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_2 = 4 \Rightarrow [H^+]_2 = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$V([H^+]_1 - [H^+]_2) = 4L \times (10^{-3} - 10^{-4}) \frac{\text{mol}}{L} = 3/6 \times 10^{-3} \text{ mol}$$



$$\frac{x \text{ g Ba(OH)}_2}{1 \times 171} = \frac{3/6 \times 10^{-3} \text{ mol OH}^+}{2} \Rightarrow x = 0/3078 \text{ g Ba(OH)}_2$$

ابتدا غلظت مولی محلول اولیه اتانویک

۳ ۱۰۴

اسید (CH<sub>3</sub>COOH) را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \times 30 \times 1/25}{60} = \frac{10 \times 30 \times 1/25}{60}$$

$$= 6/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$$

$$6/25 \times 20 = M_2 \times (20 + 280) \Rightarrow M_2 = \frac{6/25}{15}$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$K_a = \alpha^2 \cdot M = (4 \times 10^{-2})^2 \times \frac{6/25}{15} = 6/66 \times 10^{-4}$$

با توجه به ثابت ماندن K<sub>a</sub> (با فرض دمای ثابت) و این که

۱ ۱۰۵

درصد یونش هر کدام از محلول‌های اسیدی کم‌تر از ۵٪ است، خواهیم داشت:

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

چون درصد یونش محلول (I)،  $\frac{1}{3}$  درصد یونش محلول (II) است، به سادگی

نتیجه می‌شود که:

$$M_I = 9M_{II}$$

$$[HCN]_{\text{محلول نهایی}} = \frac{(9M_{II} \times 1L) + (M_{II} \times 4L)}{(1+4)L} = 2/6 M_{II}$$

مقاومت هر متر سیم برابر ۱/۵ اهم است، پس مقاومت ۲۰

۳ ۹۷

$$R = 20 \times 1/5 = 4 \Omega$$

متر سیم برابر است با:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{120}{4} = 30 \text{ A}$$

با استفاده از قانون اهم داریم:

تعداد حلقه‌های سیم‌لوله برابر است با:

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{20}{2 \times 3 \times \frac{2}{3}} = 5$$

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow 60 \times 10^{-4} = \frac{4 \times 3 \times 10^{-7} \times 5 \times 4}{l}$$

$$\Rightarrow l = 4 \times 10^{-3} \text{ m} \xrightarrow{\times 10^2} 4 \times 10^{-1} \text{ cm}$$

برای این‌که سیم در حالت افقی در حالت تعادل باقی بماند، باید

۴ ۹۸

برایند نیروهای وارد بر سیم، صفر شود. بر سیم نیروی وزن و نیروی مغناطیسی از طرف میدان وارد می‌شوند. برای این‌که نیروی وزن خنثی شود باید نیروی ناشی از میدان مغناطیسی در خلاف جهت نیروی وزن و هم اندازه با آن باشد.



جرم هر متر سیم برابر با ۵۰ گرم است، پس جرم ۲ متر سیم برابر است با:

$$m = 2 \times 50 = 100 \text{ g}$$

$$F_B = mg \quad \frac{F_B = lB \sin \theta}{\theta = 90^\circ}$$

سیم در حال تعادل است، بنابراین:

$$lB = mg \Rightarrow 2 \times 50 \times B = 100 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow 100B = 1 \Rightarrow B = 0/01 \text{ T}$$

بار Q در میدان الکتریکی در حال تعادل است، پس برایند

۳ ۹۹

نیروهای وارد بر آن صفر است، پس داریم:



$$\begin{cases} F_E = mg \\ F_E = E|q| \end{cases} \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 10^3 |q| = 4 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 4 \times 10^{-5} \text{ C}$$

چون گفته شده است نیروی مغناطیسی بیشینه است، بنابراین زاویه بین راستای خطوط میدان مغناطیسی و سرعت ذره باید ۹۰° باشد، پس داریم:

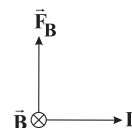
$$F = |q| v B \sin 90^\circ = 4 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^6 \times 70 \times 10^{-4} \times 1 \Rightarrow F = 1/4 \text{ N}$$

چون گفته شده میدان مغناطیسی زمین است، پس جهت

۳ ۱۰۰

میدان مغناطیسی، درون سو است.

جهت جریان به سمت شرق است، پس با رسم شکل ساده‌ای و با استفاده از قاعده دست راست می‌توان جهت نیرو را مشخص کرد:



طبق قاعده دست راست، جهت نیرو به سمت بالا خواهد بود.



۱۱۱) عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- باتری مولدی است که در آن واکنش‌های شیمیایی رخ می‌دهد تا بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل شود.
- محلول اتانول الکترولیت نبوده و نمی‌توان در ساخت باتری از آن استفاده کرد.

۱۱۲) عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- اتم‌های روی موجب کاهش یون‌های مس می‌شوند، نه اتم‌های مس!!
- اگر به جای تیغه روی از تیغه منیزیم استفاده کنیم، واکنش با سرعت و شدت بیشتری انجام می‌شود.

۱۱۳) عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

- نافلزها اغلب اکسند هستند. برخی از نافلزها در نقش کاهنده ظاهر می‌شوند.
- اکسیژن با فلزی مانند پلاتین نیز واکنش نمی‌دهد.

۱۱۴) مقایسه میان دمای مخلوط واکنش پس از مدتی، به صورت

زیر است:

$$\theta_f > \theta_1 > \theta_p = \theta_p$$

بنابراین بیشترین اختلاف مربوط به  $\theta_p$  و  $\theta_f$  یا  $\theta_p$  و  $\theta_f$  است که در گزینه‌ها، تنها یک مورد آن آمده است.

- دقت کنید که میان طلا با محلول مس (II) سولفات و تیغه فلزی مس با محلول (II) سولفات، واکنشی رخ نمی‌دهد و در نتیجه  $\theta_p = \theta_p$  است.
- فلز روی کاهنده‌تر از آهن بوده و در نتیجه  $\theta_f > \theta_p$  است.

۱۱۵) عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

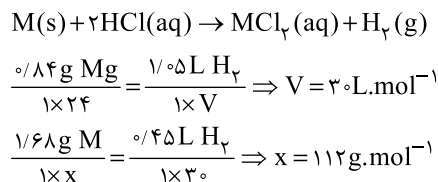
- فلزها قدرت کاهندگی متفاوتی دارند.
- در گذشته برای عکاسی از سوختن منیزیم به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.

۱۱۶) ۳

$$\begin{aligned} ?g \text{ Na}_3\text{AlF}_6 &= 10/26g \text{ Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342g \text{ Al}_2(\text{SO}_4)_3} \\ &\times \frac{2 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{AlF}_6}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{210g \text{ Na}_3\text{AlF}_6}{1 \text{ mol Na}_3\text{AlF}_6} \\ &= 12/6 \text{ Na}_3\text{AlF}_6 \end{aligned}$$

۱۱۷) معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر با فرض تشکیل

کاتیون  $M^{2+}$  به صورت زیر است:



۱۱۸) فقط عبارت اول درست است.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- واکنش میان گازهای  $N_2$  و  $H_2$  در دما و فشار اتاق، حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه نیز انجام نمی‌شود.
- ارزش اقتصادی هر لیتر گاز  $N_2$ ، کم‌تر از هر لیتر گاز Ar است.
- یکی از واکنش‌های گازی در فرایند تهیه  $H_2SO_4$ ، تبدیل گاز گوگرد دی‌اکسید به گاز گوگرد تری‌اکسید است.

$$\frac{\alpha}{\alpha(\text{II})} = \frac{M(\text{II})}{M} = \sqrt{\frac{M(\text{II})}{2/6 M(\text{II})}} = \sqrt{\frac{1}{2/6}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2/6}} \times 0/03 = \frac{0/03}{1/61} = 0/186$$

$$\% \alpha = 18/6$$

۱۰۶) ۲

$$[KX] = 0/02M \Rightarrow [X^-] = 0/02M$$

$$\begin{aligned} pX &= -\log[X^-] = -\log 0/02 = -(\log 2 + \log 10^{-2}) \\ &= -(0/3 - 2) = 1/7 \end{aligned}$$

$$pH = 2(\Delta) - 1/7 = 8/3$$

۱۰۷) ۳

$$[H^+] = \sqrt{M \cdot K_a} = \sqrt{196 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-9}}$$

$$= 14 \times 2 \times 10^{-6} = 2/8 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[A^-] = [H^+] = 2/8 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\text{مجموع غلظت مولی یون‌ها} = 2(2/8 \times 10^{-5}) = 5/6 \times 10^{-5}$$

۱۰۸) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست است.

### بررسی عبارت‌ها:

- برابری سرعت مصرف هر ماده با سرعت تولید آن، از ویژگی‌های هر سامانه تعادلی است.
- ثابت یونش فقط به دما بستگی دارد.
- محلول آبی آمونیاک همانند آهک خاصیت بازی دارد.
- در شرایط یکسان، فورمیک اسید، قوی‌تر از استیک اسید است.

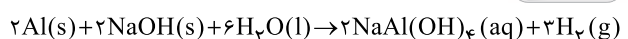
۱۰۹) ۴ HCl یک اسید قوی تک پروتون‌دار است و غلظت مولی یون

هیدرونیوم در محلول نیم مولار آن برابر ۵/۰ است.

### بررسی گزینه‌ها:

- ۱) نیترو اسید یک اسید ضعیف تک پروتون‌دار بوده و غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول نیم مولار آن بسیار کم‌تر از ۵/۰ است.
- ۲) HBr همانند  $HNO_3$  یک اسید قوی تک پروتون‌دار است. از مخلوط کردن محلول‌های ۲۵/۰ مولار این دو اسید هم‌چنان یک محلول ۲۵/۰ مولار داریم که غلظت مولی یون هیدرونیوم در آن برابر ۲۵/۰ است.
- ۳)  $H_2SO_4$  یک اسید قوی دو پروتون‌دار است که فقط مرحله اول یونش آن کامل بوده و مرحله دوم آن با یک اسید ضعیف سروکار داریم بنابراین غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول ۲۵/۰ مولار آن کمی بیشتر از ۲۵/۰ است.
- ۴) با توجه بند ۳، اگر محلول ۲۵/۰ مولار  $H_2SO_4$  را با محلول ۲۵/۰ مولار  $HNO_3$  مخلوط کنیم، غلظت مولی یون هیدرونیوم کمی بیشتر از گزینه (۳) خواهد بود.

۱۱۰) ۳



این واکنش گرماده ( $\Delta H < 0$ ) بوده و در آن، سطح انرژی فرآورده‌ها، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

فشار گاز هیدروژن باعث بازکردن لوله‌های مسدود شده در دستگاه‌ها شده و هیچ‌گونه واکنش شیمیایی بین گاز  $H_2$  و جری‌ها یا سایر آلاینده‌ها انجام نمی‌شود.

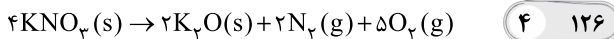


$$x = 4600$$

$$\text{NaCl} : \text{ppm} = 2/34 \times 10^4 = 23400 \quad \begin{matrix} \text{NaCl} & \text{Na}^+ \\ \left[ \begin{matrix} 58/5g & 23g \\ 23400 & y \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

$$y = 9200$$

$$\text{ppm}_{\text{Na}^+} = \frac{2(4600) + 2(9200)}{2+2} = 7360$$



$$\bar{R}_{\text{KNO}_3} = 4/0.4 \frac{g}{s} \times \frac{1 \text{ mol}}{10g} \times \frac{3600s}{1h} = 144 \text{ mol.h}^{-1}$$

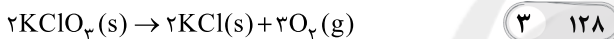
$$\bar{R}_{\text{gas}} = \frac{2+5}{4} \bar{R}_{\text{KNO}_3} = \frac{7}{4} \times 144 = 252 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{gas}} = \frac{\Delta n(\text{N}_2, \text{O}_2)}{\Delta t} \Rightarrow 252 = \frac{\Delta n}{1} \Rightarrow \Delta n = 252 \text{ mol}$$

$$\text{حجم مولی گازها} = \frac{1827 \cdot L}{252 \text{ mol}} = 72/5 \text{ L.mol}^{-1}$$

۳ ۱۲۷ به جز عبارت دوم سایر عبارتها درست هستند.

کلیسترویل یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است.



$$\bar{R}_{\text{O}_2} = 560 \frac{\text{mL}}{s} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 1/5 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{KClO}_3} = \frac{2}{3} \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{2}{3} \times 1/5 \text{ mol.min}^{-1} = 1/15 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{KClO}_3} = \frac{|\Delta n(\text{KClO}_3)|}{\Delta t} \Rightarrow 1/15 \text{ mol.min}^{-1} = \frac{490g \times \frac{1 \text{ mol}}{122/5g}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 4 \text{ min}$$

۳ ۱۲۹ افزایش دما تغییری در مقدار نهایی فرآورده‌ها ایجاد نمی‌کند

(حذف گزینه‌های ۱ و ۲).

افزایش دما موجب افزایش سرعت واکنش شده و در نتیجه شیب تغییرات

مول فرآورده نسبت به زمان، در دمای بالاتر، بیشتر بوده و در هر حالت تقعر آن

به سمت پایین است (حذف گزینه (۴) و تأیید گزینه (۳)).

۱ ۱۳۰ غلظت اولیه A را ۱۰۰M در نظر می‌گیریم:

|        |                 |     |    |    |      |       |
|--------|-----------------|-----|----|----|------|-------|
| A      | غلظت باقی مانده | ۱۰۰ | ۵۰ | ۲۵ | ۱۲/۵ | ۶/۲۵  |
| A      | درصد مصرف شده   | ۰   | ۵۰ | ۷۵ | ۸۷/۵ | ۹۳/۷۵ |
| t(h)   |                 | ۰   | ۱  | ۲  | ۳    | ۴     |
| t(min) |                 | ۰   | ۸  | ۱۶ | ۲۴   | ۳۲    |

$$\text{تفاوت زمان} = (4 \times 60) - 32 = 208 \text{ min}$$

• از آن جا که کاتالیزگر همین روند را به جای یک ساعت (۶۰min)، در ۸ دقیقه

پیش می‌برد می‌توان نتیجه گرفت که سرعت واکنش ۷/۵ برابر شده است.

۴ ۱۳۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

**بررسی عبارت‌ها:**

• از آن جا که سرعت تمامی اجزای واکنش با گذشت زمان، کاهش می‌یابد،

درستی این عبارت بدیهی است.

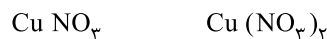
• در این واکنش، ضرایب مولی فرآورده‌ها یکسان بوده و در نتیجه سرعت تولید

فرآورده‌ها با هم برابر است:



۳ ۱۱۹ با توجه به فرمول آنیون‌های سولفات ( $\text{SO}_4^{2-}$ ) و

نیترات ( $\text{NO}_3^-$ ) و فرمول کاتیون‌های تسکاتی آمون و مس ( $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Cu}^+$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ) امکان تشکیل چهار ترکیب زیر وجود دارد:



با توجه به داده‌های سؤال ترکیب‌های X و Y به ترتیب همان  $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$  و  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  هستند.

$$\frac{\text{شمار کاتیون‌های X}}{\text{شمار آنیون‌های Y}} = \frac{2\text{Fe}^{3+}}{2\text{NO}_3^-} = 1$$

۲ ۱۲۰ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

**بررسی عبارت‌های نادرست:**

• در برخی از آب‌های آشامیدنی مقدار یون‌های حل شده به قدری زیاد است که مزه آب را تغییر می‌دهد.

• گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

۲ ۱۲۱

$$[\text{NO}_3^-]_{\text{محل اولیه}} = 0.6 \text{ L} \times 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$



$$\frac{2/16 \times 10^{-3} \text{ g}}{1 \times 10^8} = \frac{x \text{ mol}}{2} \Rightarrow x = 0.4 \times 10^{-3} \text{ mol NO}_3^-$$

$$[\text{NO}_3^-]_{\text{کل}} = (1.2 \times 10^{-3}) + (0.4 \times 10^{-3}) = 1.6 \times 10^{-3} \text{ mol NO}_3^-$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی‌گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{(1.6 \times 62) \text{ mg}}{0.6 \text{ L}} = 165 \text{ ppm}$$

۳ ۱۲۲ از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{10 \times 0.92 \times a}{46} = \frac{10 \times 0.92 \times a}{46} \Rightarrow 2 = \frac{10 \times 0.92 \times a}{46}$$

$$\Rightarrow \%a = \%10$$

۴ ۱۲۳ محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب، همان سرکه

خوراکی است.

۲ ۱۲۴ فرض کنیم ۱۰۰ گرم از هر کدام از محلول‌های  $\text{CaBr}_2$

انتخاب کنیم.

$$[\text{CaBr}_2]_{\text{محلول نهایی}} = \frac{\text{مجموع شمار مول‌ها}}{\text{مجموع حجم محلول‌ها}}$$

$$= \frac{\frac{20g}{200g \cdot \text{mol}^{-1}} + \frac{40g}{200g \cdot \text{mol}^{-1}}}{\left( \frac{100g}{1725g \cdot \text{mL}^{-1}} + \frac{100g}{1750g \cdot \text{mL}^{-1}} \right) \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{60}{\left( \frac{100}{1725} + \frac{100}{1750} \right) \times 10^{-3}} \times 1000 = 2704 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$= \frac{60}{80 + 66/7} \times 1000 = 2704 \text{ mol.L}^{-1}$$

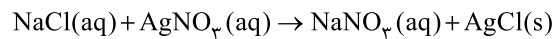
$$= 2704 \times 10^4 = \text{ppm}$$

۱ ۱۲۵

$$\text{Na}_2\text{SO}_4 \quad \text{Na}^+ \\ \text{Na}_2\text{SO}_4 : \text{ppm} = 1/42 \times 10^4 = 14200 \quad \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} 142g & 2 \times 23g \\ 14200 & x \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

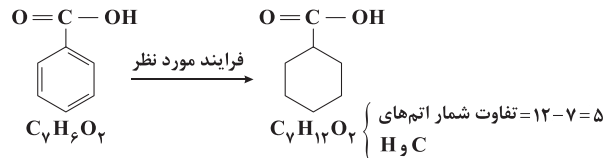


- واکنش میان محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات که بی‌رنگ هستند، یک واکنش سریع است:

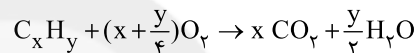


[سفید]

- برای واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید می‌توان از محلول KI به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت: **۳ ۱۳۲**به‌جز عبارت آخر، سایر عبارات درست هستند. **۳ ۱۳۳**

- سهم تولید گاز  $\text{CO}_2$  در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

لیکوپن یک هیدروکربن با فرمول کلی  $\text{C}_x\text{H}_y$  است. **۴ ۱۳۴**

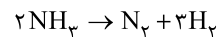
مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{x + \frac{y}{4}}{x} = 1/35 \Rightarrow 1 + \frac{y}{4x} = 1/35 \Rightarrow \frac{y}{4x} = 0/35$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = 1/4 \Rightarrow \text{فقط گزینه (۴)}$$

نمودار نزولی نشان می‌دهد که با یک واکنش دهنده ( $\text{NH}_3$ ) **۴ ۱۳۵**سرکار داریم. از طرفی  $403/2\text{L}$  گاز در شرایط STP معادل  $18\text{ mol}$  گاز است.

$$\frac{403/2\text{L}}{22/4\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}} = 18\text{ mol}$$



$$\begin{array}{l} \text{آغاز واکنش: } 12 \quad \quad \quad 0 \quad \quad 0 \\ \text{لحظه مورد نظر: } 12-2x \quad \quad x \quad \quad 3x \end{array}$$

مطابق محاسبات بالا و معادله موازنه‌شده واکنش می‌توان نوشت:

$$(12-2x) + x + 3x = 18 \Rightarrow x = 3$$

$$12-2x = 12-2(3)$$

$$t = 2\text{ min} \rightarrow \text{از روی نمودار} \rightarrow 6\text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{NH}_3} = \frac{6\text{ mol} \times 22/4\text{ L}}{2\text{ min}} = 67/2\text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{NH}_3}}{2} = \frac{67/2\text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}}{2} = 33/2\text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$$